

**Društvo matematikov, fizikov  
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19  
1000 Ljubljana

# **Tekmovalne naloge DMFA Slovenije**

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliku je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na [www.dmf.si](http://www.dmf.si)), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.



# 13. tekmovanje srednješolcev v znanju astronomije za Dominkova priznanja

**Državno tekmovanje, 19. marec 2022**

# NALOGE ZA 1. IN 2. LETNIK SREDNJIH ŠOL

## Prilepi nalepko s šifro

*Čas reševanja: 90 minut.*

Dovoljeni pripomočki: pisalo, geometrijsko orodje, žepno računalo, vrtljiva zvezdna karta. Vrtljivo zvezdno karto si je mogoče sposoditi le od nadzornika.

Navodila

Pozorno preberi besedilo naloge in po potrebi nariši skico. V sklopu A obkroži črko pred odgovorom in jo vpiši v levo preglednico (spodaj). Pri nalogah v sklopu A ne ugibaj, saj se z napačen odgovor ena točka odšteje. Naloge v sklopu B rešuj na poli.

## Točkovanje

V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama; če ne bo obkrožen noben odgovor, z nič točkami; če bo obkrožen napačen odgovor ali več odgovorov, se ena točka odšteje. V sklopu B je število točk za pravilno rešitev izpisano pri nalogah. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetnih 10 točk.

<i>B1</i>	<i>B2</i>	<i>B3</i>	<i>B4</i>

**A6.** Katera izjava je pravilna?

- (A) V Orionovi meglici nastajajo zvezde.
- (B) V Orionovi meglici so samo stare zvezde.
- (C) V Orionovi meglici je premalo snovi za nastanek zvezd.
- (D) V Orionovi meglici nastajajo kroglaste kopice.

**A7.** Kaj od naštetega se nahaja v meglici Rakovici?

- (A) Kvazar.
- (B) Črna luknja.
- (C) Bela pritlikavka
- (D) Pulzar.

**A8.** Kateri od naštetih Messierovih objektov je kroglasta kopica?

- (A) M 42.
- (B) M 32.
- (C) M 13.
- (D) M 57.

**A9.** Kaj od naštetega bo končni življenjski stadij Sonca?

- (A) Bela pritlikavka.
- (B) Rdeča orjakinja.
- (C) Rdeča pritlikavka.
- (D) Rjava pritlikavka.

**A10.** V gorišču katerega od naštetih teleskopov bo slika Lune najsvetlejša?

- (A) Premer objektiva: 13 cm, goriščna razdalja: 0,95 m.
- (B) Premer objektiva: 15 cm, goriščna razdalja: 1 m.
- (C) Premer objektiva 25 cm, goriščna razdalja: 1,2 m.
- (D) Premer objektiva; 20 cm, goriščna razdalja 1,1 m.

---

**B1.** Vrtljiva zvezdna karta.

A Kdaj je Betelgeza 1. januarja v zgornji kulminaciji? ..... (2 točki)

B Koliko časa je 1. februarja Sonce v naših krajih pod obzorjem? ..... (3 točke)

C 2. januarja 2022 je bil Lunin mlaj. V katerem ozvezdju je bila takrat Luna? (4 točke)

.....

D Kolikšna je višina Sonca 21. februarja ob lokalnem poldnevu? (3 točke)

**B2.** Neko dvozvezdje je od nas oddaljeno 10 parsekov, vidimo pa ga pravokotno na orbitalno ravnino zvezd. Največja kotna oddaljenost med zvezdama je 7", najmanjša pa 1". Perioda sistema je 100 let.

Izračunaj skupno maso zvezd v dvozvezdju v enotah mase Sonca. (12 točk)

- B3.** Na eksoplanetu Gnamunija, ki je skoraj povsem enak Zemlji, živi mali deček Gnamun.
- A** Izračunaj kotno ločljivost Gnamunovega očesa pri valovni dolžini 550 nm, če veš, da so njegove oči enake našim, le da je premer zenic 17 mm. (5 točk)
  - B** Gnamun opazuje nočno nebo z refraktorjem z goriščno razdaljo 1 m in premerom objektiva 13 cm. Izračunaj goriščno razdaljo okularja, ki bo s tem teleskopom imel enako izhodno pupilo, kot je premer zenice Gnamunovega očesa. (5 točk)
  - C** Kako velika je slika lune Gare v goriščni ravnini objektiva tega teleskopa, ki okoli Gnamunije kroži na enaki oddaljenosti kot Luna okoli Zemlje, le da je polmer Gare  $1/4$  polmera Lune? (5 točk)

**B4.** Zvezdana na dan spomladanskega enakonočja v kraju na ekvatorju sedi 40 metrov od vznožja 23 metrov visoke stolpnice. Stolnica je glede na Zvezdano natanko v smeri proti zahodu in ima ravno streho. Izračunaj, koliko časa po lokalnem poldnevu bo Zvezdana videla, da je vsa ploskvica Sonca zašla za zgornjim robom stolpnice. Zvezdanine oči so 120 centimetrov nad tlemi. Loma svetlobe v ozračju ni potrebno upoštevati. (12 točk)



# 13. tekmovanje srednješolcev v znanju astronomije za Dominkova priznanja

Državno tekmovanje, 19. marec 2022

## NALOGE ZA 3. IN 4. LETNIK SREDNJIH ŠOL

## Prilepi nalepko s šifro

*Čas reševanja: 90 minut.*

Dovoljeni pripomočki: pisalo, geometrijsko orodje, žepno računalo, vrtljiva zvezdna karta. Vrtljivo zvezdno karto si je mogoče sposoditi le od nadzornika.

Navodila

Pozorno preberi besedilo naloge in po potrebi nariši skico. V sklopu A obkroži črko pred odgovorom in jo vpiši v levo preglednico (spodaj). Pri nalogah v sklopu A ne ugibaj, saj se z napačen odgovor ena točka odšteje. Naloge v sklopu B rešuj na poli.

Točkovanje

V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama; če ne bo obkrožen noben odgovor, z nič točkami; če bo obkrožen napačen odgovor ali več odgovorov, se ena točka odšteje. V sklopu B je število točk za pravilno rešitev izpisano pri nalogah. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetnih 10 točk.

<i>B1</i>	<i>B2</i>	<i>B3</i>	<i>B4</i>

**A6.** Katera izjava je pravilna?

- (A) V Orionovi meglici nastajajo zvezde.
- (B) V Orionovi meglici so samo stare zvezde.
- (C) V Orionovi meglici je premalo snovi za nastanek zvezd.
- (D) V Orionovi meglici nastajajo kroglaste kopice.

**A7.** Kaj od naštetega se nahaja v meglici Rakovici?

- (A) Kvazar.
- (B) Črna luknja.
- (C) Bela pritlikavka
- (D) Pulzar.

**A8.** Kateri od naštetih Messierovih objektov je kroglasta kopica?

- (A) M 42.
- (B) M 32.
- (C) M 13.
- (D) M 57.

**A9.** V svetlobi katere vrste zvezd bi videli največji gravitacijskih premik spektralnih črt?

- (A) Bele pritlikavke.
- (B) Rdeče orjakinje.
- (C) Soncu podobne zvezde.
- (D) Rdeče pritlikavke.

**A10.** Kolikšna je teoretična kotna ločljivost teleskopa s premerom 25 cm, če z njim opazujemo pri valovni dolžini 500 nm?

- (A) 1 kotno sekundo.
- (B) 0,75 kotne sekunde.
- (C) 0,5 kotne sekunde.
- (D) 0,25 kotne sekunde.

---

**B1.** Vrtljiva zvezdna karta.

**A** Z natančnostjo, ki jo omogoča vrtljiva zvezdna karta, določi deklinacijo in rektascenzijo zvezd Vega in Spika. (4 točke)

$$\delta (\text{Vega}) =$$

$$\alpha (\text{Vega}) =$$

$$\delta (\text{Spika}) =$$

$$\alpha (\text{Spika}) =$$

**B** Določi kotno razdaljo med zvezdama Vega in Spika. Postopek natančno opiši. (8 točk)

**B2.** V Osončju so prašnati delci in na njihovo dinamiko močno vpliva tlak svetlobe Sonca. Predpostavi, da so delci črne homogene kroglice z albedom 0 in z gostoto  $3000 \text{ kg/m}^3$ . Hitrost svetlobe  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ , gravitacijska konstanta  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ , masa Sonca  $M = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$  izsev Sonca  $L = 3,8 \cdot 10^{26} \text{ W}$ . Sevanje prašnatih delcev je zanemarljivo.

- A** Izračunaj najmanjši premer delcev, pri katerem so delci še gravitacijsko vezani na Sonce. (12 točk)
- B** Kako se ta vrednost spreminja z oddaljenostjo od Sonca? (3 točke)

**B3.** Na eksoplanetu Gnamunija, ki je skoraj povsem enak Zemlji, živi mali deček Gnamun.

- A Izračunaj mejno magnitudo zvezd, ki jih Gnamun še lahko vidi s prostim očesom na nočnem nebu Gnamunije, če veš, da so njegove oči enake našim, le da je premer zenic 17 mm. Na Gnamuniji imajo to srečo, da ni svetlobnega onesnaženja. (8 točk)
- B Gnamun opazuje nočno nebo z refraktorjem z goriščno razdaljo 1 m in premerom objektiva 13 cm. Izračunaj goriščno razdaljo okularja, ki bo s tem teleskopom imel enako izhodno pupilo, kot je premer zenice Gnamunovega očesa. (4 točke)

**B4.** Neko dvozvezdje je od nas oddaljeno 10 parsekov, vidimo pa ga pravokotno na orbitalno ravnino zvezd. Največja kotna oddaljenost med zvezdama je  $7''$ , najmanjša pa  $1''$ . Perioda sistema je 100 let.

Izračunaj skupno maso zvezd v dvozvezdu v enotah mase Sonca. (12 točk)



# 13. tekmovanje srednješolcev v znanju astronomije za Dominkova priznanja

## **Državno tekmovanje, 19. marec 2022**

# 1. IN 2. LETNIK SREDNJIH ŠOL REŠITVE IN TOČKOVNIK Preliminarni točkovnik

Pravilni odgovori so v rdeči barvi.

SKLOP A

V sklopu A je pravilen odgovor ovrednoten z 2 točkama; če ni obkrožen noben odgovor je naloga ovrednotena z 0 točkami; če je obkrožen napačen odgovor ali več odgovorov, je naloga ovrednotena z -1 točko.

Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se tekmovalcu/tekmovalki prizna začetnih 10 točk. V preglednici so zapisani pravilni odgovori.

naloga	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
odgovor	C	D	B	C	B	A	D	C	A	C

**A1.** V nekem kraju je Sonce v zenitu, Luna v nadiru. Katera Lunina mena je takrat?



**A2.** Sončeva ploskvica se pred zaidom navidezno dotakne ravnega obzorja. Kaj bi videli, če bi bila Zemlja brez ozračja?

- (A) Sonce bi bilo za navidezni premer ploskvice višje na nebu.
  - (B) Videli bi isto kot ob prisotnosti ozračja.
  - (C) Sonce bi bilo za polovico navideznega premera pod obzorjem.
  - (D) Vse Sonce bi bilo že pod obzorjem.

**A3.** Krater Vega na Luni je poimenovan po slovenskem matematiku Juriju Vegi. Kie se nahaja?

- (A) V sredini vidne plokvice Lune.  
(B) Na robu vidne ploskvice Lune.  
(C) Na nevidni strani Lune.  
(D) Kraterja s tem imenom ni na Luni.

**A4.** Sonda Voyager 1 je leta 2012 prečkala heliopavzo in tako zapustila heliosfero. Na kolikšni oddaljenosti od Sonca je bila takrat sonda Voyager 1?

- (A) 30 a.e.      (B) 60 a.e.      (C) 120 a.e.      (D) 240 a.e.

A5. Katera od naštetih zvezd ima najmanjšo letno paralakso?

- (A) Sirii.      (B) Betelgeza.      (C) Alfa Kentavra.      (D) Proksima Kentavra.

#### A6. Katera izjava je pravilna?

- (A) V Orionovi meglici nastajajo zvezde.  
(B) V Orionovi meglici so samo stare zvezde.

- (C) V Orionovi meglici je premalo snovi za nastanek zvezd.  
(D) V Orionovi meglici nastajajo kroglaste kopice.

A7. Kaj od naštetega se nahaja v meglici Rakovici?  
(A) Kvazar.                   (B) Črna luknja.                   (C) Bela pritlikavka                   (D) Pulzar.

A8. Kateri od naštetih Messierovih objektov je kroglasta kopica?  
(A) M 42.                   (B) M 32.                   (C) M 13.                   (D) M 57.

A9. Kaj od naštetega bo končni življenjski stadij Sonca?  
(A) Bela pritlikavka.                   (B) Rdeča orjakinja.                   (C) Rdeča pritlikavka.                   (D) Rjava pritlikavka.

A10. V gorišču katerega od naštetih teleskopov bo slika Lune najsvetlejša?  
(A) Premer objektiva: 13 cm, goriščna razdalja: 0,95 m.  
(B) Premer objektiva: 15 cm, goriščna razdalja: 1 m.  
(C) Premer objektiva 25 cm, goriščna razdalja: 1,2 m.  
(D) Premer objektiva; 20 cm, goriščna razdalja 1,1 m.

---

B1. Vrtljiva zvezdna karta.

A Kdaj je Betelgeza 1. januarja v zgornji kulminaciji? ..... **23.15** ..... (2 točki)  
Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **23.00** in **23.30**.

B Koliko časa je 1. februarja Sonce v naših krajih pod obzorjem?  
..... **14 ur 30 minut** ..... (3 točke)  
Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu **14 ur 20 minut** in **14 ur 40 minut**.

C 2. januarja 2022 je bil Lunin mlaj. V katerem ozvezdju je bila takrat Luna?

**Ob mlaju je Luna na nebu v neposrdni bližini Sonca, zato je bila takrat Luna v ozvezdju STRELEC.** (4 točke)

D Kolikšna je višina Sonca 21. februarja ob lokalnem poldnevu?

**Višina Sonca  $h = 34^\circ$ .** (3 točke)  
Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu  **$32^\circ$**  in  **$36^\circ$** .

**B2.** Neko dvozvezdje je od nas oddaljeno 10 parsekov, vidimo pa ga pravokotno na orbitalno ravnino zvezd. Največja kotna oddaljenost med zvezdama je  $7''$ , najmanjša pa  $1''$ . Perioda sistema je 100 let.

Izračunaj skupno maso zvezd v dvozvezdju v enotah mase Sonca. (12 točk)

$$d = 10 \text{ pc.}$$

$$\varphi_1 = 7''.$$

$$\varphi_2 = 1''.$$

$$t_0 = 100 \text{ let.}$$

Zvezdi z masama  $m_1$  in  $m_2$  krožita okoli skupnega težišča, zato velja:

$$a_1 m_1 = a_2 m_2, \quad (1 \text{ točka})$$

kjer sta  $a_1$  in  $a_2$  veliki polosi njunih eliptičnih orbit, ki ju ne poznamo.

Za težiščni sistem pa znamo zapisati Keplerjev zakon:

$$a^3 / t_0^2 \propto m_1 + m_2, \quad (1 \text{ točki})$$

kjer je  $a$  relativna polos. Ker je težišče v gorišču orbit, velja:

$$a = a_1 + a_2. \quad (2 \text{ točki})$$

Iz slike vidimo, da je kotna velikost vsote velikih polosi orbit zvezd za naš sistem  $a = 4''$ .

(2 točki)

Najenostavneje je pravo velikost  $a$  preračunati v astronomskih enotah, saj imamo oddaljenost dvozvezdja podano v parsekih:

$$a = 4'' \times 10 \text{ pc} = 40 \text{ a.e.} \quad (2 \text{ točki})$$

Ker želimo dati zvezd izraziti v masah Sonca, Keplerjev zakon zapišemo še za gibanje kateregakoli planeta okoli Sonca, če je njegova oddaljenost  $a_P$  podana v a.e. in obhodni čas  $t_P$  v enoti leto, pa velja:

$$a_P^3 / t_P^2 = 1 \text{ a.e.}^3 \text{ leto}^2 \propto m_S, \quad (1 \text{ točki})$$

kjer je  $m_S$  masa Sonca.

Iz razmerja enačb 1a in 2a dobimo skupno maso zvezd v dvozvezdju:

$$m_1 + m_2 = m_S \times a^3 / t_0^2 = 6,4 m_S.$$

**Pravilni rezultat šteje 12 točk.**

**B3.** Na eksoplanetu Gnamunija, ki je skoraj povsem enak Zemlji, živi mali deček Gnamun.

- A** Izračunaj kotno ločljivost Gnamunovega očesa pri valovni dolžini 550 nm, če veš, da so njegove oči enake našim, le da je premer zenic 17 mm. (5 točk)  
 $\theta = 1,22 \lambda / D = 1,22 \cdot 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m} / 0,017 \text{ m} = 3,95 \cdot 10^{-5} \text{ rad.} = 8''$ .

- B** Gnamun opazuje nočno nebo z refraktorjem z goriščno razdaljo 1 m in premerom objektiva 13 cm. Izračunaj goriščno razdaljo okularja, ki bo s tem teleskopom imel enako izhodno pupilo, kot je premer zenice Gnamunovega očesa. (5 točk)

Premer izhodne pupile (zenice)  $D_p$  teleskopa, ki mora biti v našem primeru enaka premeru zenice očesa, je podan z enostavno zvezo:

$$D_p = f_{ok} / F_g,$$

kjer je  $f_{ok}$  goriščna razdalja objektiva,  $F_g$  pa goriščno razmerje objektiva:

$$F_g = f_{ob} / D_{ob} = 1 \text{ m} / 0,13 \text{ m} = 7,69.$$

Iskana goriščna razdalja okularja je:

$$f_{ok} = D_p F_g = 17 \text{ mm} \times 7,69 = 131 \text{ mm.}$$

- C** Kako velika je slika lune Gare v goriščni ravnini objektiva tega teleskopa, ki okoli Gnamunije kroži na enaki oddaljenosti kot Luna okoli Zemlje, le da je polmer Gare 1/4 polmera Lune? (5 točk)

Kotna velikost Gare na nebu je 1/4 kotne velikosti Lune na našem nebu, torej  $0,125^\circ$ .

Sledi:  $\tan \varphi = D_G / f_{ob}$ . Za premer slike Gare v gorišču tega teleskopa dobimo:  $D_G = f_{ob} \tan \varphi = 0,002 \text{ m}$ .

**B4.** Zvezdana na dan spomladanskega enakonočja v kraju na ekvatorju sedi 40 metrov od vznožja 23 metrov visoke stolpnice. Stolnica je glede na Zvezdano natanko v smeri proti zahodu in ima ravno streho. Izračunaj, koliko časa po lokalnem poldnevu bo Zvezdana videla, da je vsa ploskvica Sonca zašla za zgornjim robom stolpnice. Zvezdanine oči so 120 centimetrov nad tlemi. Loma svetlobe v ozračju ni potrebno upoštevati. (12 točk)

Oddaljenost Zvezdane od stavbe  $l = 40$  m.

Višina stavbe  $h = 23$  m.

Višina oči  $h_o = 1,2$  m.

$$\tan \alpha = (h - h_o)/l.$$

$$\alpha = 28,60^\circ.$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha = 61,40^\circ.$$

Ker pa je poldan vezan na zgornjo kulminacijo sredine Sončeve ploskvice, računamo pa zaid vse ploskvice Sonca za streho, moramo  $\beta$  prišteti še polovico premera ploskvice, da dobimo vso pot Sonca po nebu od lokalnega poldneva do zaida za streho.

Privzamemo, da je premer Sončeve ploskvice  $\epsilon = 0,5^\circ$  in za prepotovanji kot dobimo:

$$\beta_S = 61,66^\circ.$$

Vemo, da Sonce v 1 uri po nebu prepotuje  $15^\circ$  in izračunamo čas med poldnevom in zaidom Sonca za streho:

$$t = \beta_S / 15^\circ/h = 4,11\text{ h} = 4\text{ h }6\text{ minut }36\text{ s.}$$

**Pravilni rezultat šteje 12 točk.**



## 13. tekmovanje srednješolcev v znanju astronomije za Dominkova priznanja

Državno tekmovanje, 19. marec 2022

# 3. IN 4. LETNIK SREDNJIH ŠOL REŠITVE IN TOČKOVNIK Preliminarni točkovnik

## Prilepi nalepko s šifro

Pravilni odgovori so v rdeči barvi.

SKLOP A

V sklopu A je pravilen odgovor ovrednoten z 2 točkama; če ni obkrožen noben odgovor je naloga ovrednotena z 0 točkami; če je obkrožen napačen odgovor ali več odgovorov, je naloga ovrednotena z -1 točko.

Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se tekmovalcu/tekmovalki prizna začetnih 10 točk. V preglednici so zapisani pravilni odgovori.

nalog	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
odgovor	C	D	B	C	B	A	D	C	A	C

**A1.** V nekem kraju je Sonce v zenitu, Luna v nadiru. Katera Lunina mena je takrat?



**A2.** Sončeva ploskvica se pred zaidom navidezno dotakne ravnega obzorja. Kaj bi videli, če bi bila Zemlja brez ozračja?

- (A) Sonce bi bilo za navidezni premer ploskvice višje na nebu.
  - (B) Videli bi isto kot ob prisotnosti ozračja.
  - (C) Sonce bi bilo za polovico navideznega premera pod obzorjem.
  - (D) Vse Sonce bi bilo že pod obzorjem.

A3. Krater Vega na Luni je poimenovan po slovenskem matematiku Juriju Vegi. Kje se nahaja?

- (A) V sredini vidne plokvice Lune.  
(B) Na robu vidne ploskvice Lune.  
(C) Na nevidni strani Lune.  
(D) Kraterja s tem imenom ni na Luni.

**A4.** Sonda Voyager 1 je leta 2012 prečkala heliopavzo in tako zapustila heliosfero. Na kolikšni oddaljenosti od Sonca je bila takrat sonda Voyager 1?



**A5.** Katera od naštetih zvezd ima najmanjšo letno paralakso?

- (A) Sirii.      (B) Betelgeza.      (C) Alfa Kentavra.      (D) Proksima Kentavra.

**A6.** Katera izjava je pravilna?

- (A) V Orionovi meglici nastajajo zvezde.  
(B) V Orionovi meglici so samo stare zvezde.

- (C) V Orionovi meglici je premalo snovi za nastanek zvezd.  
(D) V Orionovi meglici nastajajo kroglaste kopice.

A7. Kaj od naštetega se nahaja v meglici Rakovici?  
(A) Kvazar.                   (B) Črna luknja.                   (C) Bela pritlikavka                   (D) Pulzar.

A8. Kateri od naštetih Messierovih objektov je kroglasta kopica?  
(A) M 42.                   (B) M 32.                   (C) M 13.                   (D) M 57.

A9. V svetlobi katere vrste zvezd bi videli največji gravitacijskih premik spektralnih črt?  
(A) Bele pritlikavke.                   (B) Rdeče orjakinje.  
(C) Soncu podobne zvezde.                   (D) Rdeče pritlikavke.

A10. Kolikšna je teoretična kotna ločljivost teleskopa s premerom 25 cm, če z njim opazujemo pri valovni dolžini 500 nm?  
(A) 1 kotno sekundo.                   (B) 0,75 kotne sekunde.  
(C) 0,5 kotne sekunde.                   (D) 0,25 kotne sekunde.

---

B1. Vrtljiva zvezdna karta.

A Z natančnostjo, ki jo omogoča vrtljiva zvezdna karta, določi deklinacijo in rektascenzijo zvezd Vega in Spika. (4 točke)

$$\delta (\text{Vega}) = 39^\circ$$

$$\alpha (\text{Vega}) = 18 \text{ h } 35 \text{ min}$$

$$\delta (\text{Spika}) = -11^\circ$$

$$\alpha (\text{Spika}) = 13 \text{ h } 25 \text{ min}$$

B Določi kotno razdaljo med zvezdama Vega in Spika. Postopek natančno opiši. (8 točk)

Z vrtljivo kartou je mogoče zelo enostavno oceniti kotno razdaljo med zvezdama Vega in Spika na nebu. Če vrtljivo kartou zavrtimo tako, da je Vega na nebesnem poldnevniku v zgornji kulminaciji, opazimo, da je Spika ravno na zahodnem obzorju. Glede na legi zvezd lahko sklepamo, da je kotna oddaljenost med njima približno  $90^\circ$ .

**Kotna oddaljenost med Vego in Spiko na nebu, ki jo lahko dobimo z vrtljivo kartou, je približno  $90^\circ$ .**

Kdor je šel po daljši poti sferne trigonometrije, je dobil podoben rezultat, a tega naloga ni zahtevala.

**B2.** V Osončju so prašnati delci in na njihovo dinamiko močno vpliva tlak svetlobe Sonca. Predpostavi, da so delci črne homogene kroglice z albedom 0 in z gostoto  $3000 \text{ kg/m}^3$ . Hitrost svetlobe  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ , gravitacijska konstanta  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ , masa Sonca  $M = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$  izsev Sonca  $L = 3,8 \cdot 10^{26} \text{ W}$ . Sevanje prašnatih delcev je zanemarljivo.

- A** Izračunaj najmanjši premer delcev, pri katerem so delci še gravitacijsko vezani na Sonce. (12 točk)

Za delce mora veljati ravnovesje grafitacijske sile in sile tlaka svetlobnega toka Sonca:  
 $F_s = F_g$ . (1)

Velja:

$$F_g = GMm/r^2, \quad (2)$$

kjer je  $m$  masa delca, za katerega privzamemo, da je kroglica z gostoto  $\rho$ :

$$m = \rho 4\pi R^3 / 3. \quad (3)$$

$$F_g = 4/3 GM\pi R^3 / r^2. \quad (4)$$

Svetlobni tlak  $p_s$  deluje na presek kroglice s silo, ki je povezana z gostoto svetlobnega toka  $j_s$  na določeni razdalji od Sonca:

$$F_s = p_s \pi R^2, \quad (5)$$

$$p_s = j_s / c. \quad (6)$$

$$F_s = \pi R^2 j_s / c. \quad (7)$$

$$j_s = L / (4\pi r^2). \quad (8)$$

$$F_s = LR^2 / (4cr^2). \quad (9)$$

Enačbi (4) in (9) izenačimo zaradi (1):

$$LR^2 / (4cr^2) = 4/3 GM\pi R^3 / r^2. \quad (10)$$

Iz enačbe (10) izrazimo iskani polmer delcev:

$$R = 3L / (16\pi c\rho GM), \quad (11)$$

$$R = 1,9 \cdot 10^{-7} \text{ m.}$$

- B** Kako se ta vrednost spreminja z oddaljenostjo od Sonca? (3 točke)

Najmanjši premer vezanih delcev ni odvisen od oddaljenosti od Sonca, kar vidimo iz enačbe (11).

**B3.** Na eksoplanetu Gnamunija, ki je skoraj povsem enak Zemlji, živi mali deček Gnamun.

- A** Izračunaj mejno magnitudo zvezd, ki jih Gnamun še lahko vidi s prostim očesom na nočnem nebu Gnamunije, če veš, da so njegove oči enake našim, le da je premer zenic 17 mm. Na Gnamuniji imajo to srečo, da ni svetlobnega onesnaženja. (8 točk)

Premer človeške zenice  $D = 8 \text{ mm}$

Premer Gnamunove zenice  $D_G = 17 \text{ mm}$

Mejna magnituda človeškega očesa  $m_m = 6,5$

Za razmerje mejnih gostot svetlobnih tokov, ki ju človeške oz. Gnamunove oči še zaznajo, velja, da je enako razmerju ploščine vstopnih zenic in z upotevanjem Pogsonovega zakona dobimo:

$$D_G^2 / D_m^2 = j_G / j_m = 10^{0,4(m_G - m_m)}$$

Enačbo logaritmiramo in za mejno magnitudo Gnamunovega očesa dobimo:

$$m_G = 5 \log(D_G / D_m) + m_m = 1,6 + 6,5 = 8,1.$$

- B** Gnamun opazuje nočno nebo z refraktorjem z goriščno razdaljo 1 m in premerom objektiva 13 cm. Izračunaj goriščno razdaljo okularja, ki bo s tem teleskopom imel enako izhodno pupilo, kot je premer zenice Gnamunovega očesa. (4 točke)

Premer izhodne pupile (zenice)  $D_p$  teleskopa, ki mora biti v našem primeru enaka premeru zenice očesa, je podan z enostavno zvezo:

$$D_p = f_{ok} / F_g,$$

kjer je  $f_{ok}$  goriščna razdalja objektiva,  $F_g$  pa goriščno razmerje objektiva:

$$F_g = f_{ob} / D_{ob} = 1 \text{ m} / 0,13 \text{ m} = 7,69.$$

Iskana goriščna razdalja okularja je:

$$f_{ok} = D_p F_g = 17 \text{ mm} \times 7,69 = 131 \text{ mm}.$$

**B4.** Neko dvozvezdje je od nas oddaljeno 10 parsekov, vidimo pa ga pravokotno na orbitalno ravnino zvezd. Največja kotna oddaljenost med zvezdama je  $7''$ , najmanjša pa  $1''$ . Perioda sistema je 100 let.

Izračunaj skupno maso zvezd v dvozvezdju v enotah mase Sonca. (12 točk)

$$d = 10 \text{ pc.}$$

$$\varphi_1 = 7''.$$

$$\varphi_2 = 1''.$$

$$t_0 = 100 \text{ let.}$$

Zvezdi z masama  $m_1$  in  $m_2$  krožita okoli skupnega težišča, zato velja:

$$a_1 m_1 = a_2 m_2, \quad (1 \text{ točka})$$

kjer sta  $a_1$  in  $a_2$  veliki polosi njunih eliptičnih orbit, ki ju ne poznamo.

Za težiščni sistem pa znamo zapisati Keplerjev zakon:

$$a^3 / t_0^2 \propto m_1 + m_2, \quad (1 \text{ točki})$$

kjer je  $a$  relativna polos. Ker je težišče v gorišču orbit, velja:

$$a = a_1 + a_2. \quad (2 \text{ točki})$$

Iz slike vidimo, da je kotna velikost vsote velikih polosi orbit zvezd za naš sistem  $a = 4''$ .

(2 točki)

Najenostavneje je pravo velikost  $a$  preračunati v astronomskih enotah, saj imamo oddaljenost dvozvezdja podano v parsekih:

$$a = 4'' \times 10 \text{ pc} = 40 \text{ a.e.} \quad (2 \text{ točki})$$

Ker želimo dati zvezd izraziti v masah Sonca, Keplerjev zakon zapišemo še za gibanje kateregakoli planeta okoli Sonca, če je njegova oddaljenost  $a_P$  podana v a.e. in obhodni čas  $t_P$  v enoti leto, pa velja:

$$a_P^3 / t_P^2 = 1 \text{ a.e.}^3 \text{ leto}^2 \propto m_S, \quad (1 \text{ točki})$$

kjer je  $m_S$  masa Sonca.

Iz razmerja enačb 1a in 2a dobimo skupno maso zvezd v dvozvezdju:

$$m_1 + m_2 = m_S \times a^3 / t_0^2 = 6,4 m_S.$$

**Pravilni rezultat šteje 12 točk.**