Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

45. FIZIKALNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE
Državno tekmovanje, Ivančna Gorica, 14. 4. 2007

Skupina I

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Pri *enakomerni* vožnji skozi mesto včasih naletimo na zeleni val. Časovni intervali preklapljanja med zeleno in rdečo lučjo na zaporednih semaforjih so tako zakasnjeni drug za drugim, da pri vožnji s primerno hitrostjo na vseh semaforjih naletimo na zeleno luč. Na neki cesti so semaforji nanizani v enakomernih presledkih po 800 m, intervala trajanja zelene in rdeče luči pa znašata po 60 s.

   a) Kolikšna mora biti zakasnitev preklapljanja med zeleno in rdečo lučjo na zaporednih semaforjih, da bo optimalna hitrost vožnje po tej cesti 60 km/h?

   b) Kolikšna je tedaj optimalna hitrost vožnje po tej cesti v nasprotni smeri?

   c) Kolikšna mora biti zakasnitev preklapljanja med zeleno in rdečo lučjo na zaporednih semaforjih, da bo optimalna hitrost vožnje enaka v obe smeri? Kolikšna je ta hitrost?

   Optimalna hitrost vožnje je največja hitrost, pri kateri prečkamo vsak semafor z enako zakasnitvijo za trenutkom, ko se je na njem prižgala zelena luč.

2. Vodoravni tiri se končajo z nizkim nasipom. Tik pred nasipom je na tirih voziček z maso 120 kg. Marko rad skače in eksperimentira, zato napravi dva poskusa. Enkrat skoči v vodoravni smeri z nasipa na voziček, drugič pa z vozička na nasip. Vsakič se od podlage odrine s hitrostjo 3 m/s vodoravno v smeri tirov. Markova masa je 60 kg.

   a) S kolikšno hitrostjo se giblje voziček tik po Markovem doskoku na voziček z nasipa?

   b) S kolikšno hitrostjo se giblje voziček proti nasipu tik po Markovem odskoku z mirujočega vozička? S kolikšno hitrostjo se Marko približuje nasipu takoj po odrivu od vozička?

   Razdalja med vozičkom in nasipom je tako majhna, da je Markova hitrost v obeh primerih praktično ves čas vodoravna.

3. Zemlja ima 3,7-krat večji premer od Lune ter 81-krat večjo maso.

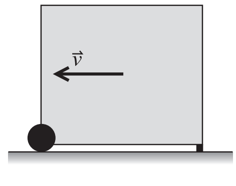
   a) Kolikšno je razmerje težnih pospeškov na površju Lune in Zemlje?

   b) Človek skoči na Zemlji tako, da se mu težišče dvigne za 25 cm. Kako visoko bi človek skočil na Luni, če ima tik pred odskokom enako začetno hitrost kot pri svojem poskusu na Zemlji?

   c) Če želi nekdo na Zemlji ali Luni skočiti z mesta v višino čim višje, potem dogajanja ne opišemo najbolje tako, da rečemo, da sta obe začetni hitrosti enaki. Bolj realno je, da se človek v obeh primerih (na Zemlji in na Luni) odrine z enako silo. Pri odrivu človek počepne, potem se s stalno silo odriva do trenutka, ko je povsem zravnan, potem pa se odlepi od tal (navpični met navzgor). Recimo, da se med počepom težišče človeka zniža za 40 cm glede na njegovo težišče, ko je zravnan, in da se na Zemlji med takim skokom dvigne za 25 cm od tal.

      Za koliko se dvigne od tal med skokom na Luni, če se odrine na enak način?

4. Smetnjak v obliki kocke ima na levi strani kolesi, na desni pa majhni podpori, kot kaže slika. Kolesi se vrtita brez trenja, med podporama in podlago pa je koeficient trenja 0,8. Težišče smetnjaka je na sredini.

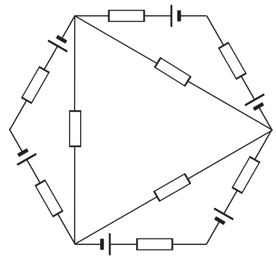
   Nekdo je hotel smetnjak spraviti na drugo mesto tako, da ga je porinil z neko začetno hitrostjo. S kolikšnim pojemkom se giblje?

45. FIZIKALNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE
Državno tekmovanje, Ivančna Gorica, 14. 4. 2007

Skupina II

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 $\mathrm{m/s^2}$.

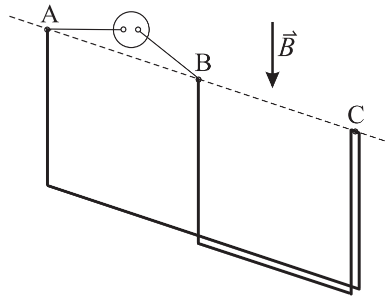
1. Šest baterij z gonilno napetostjo 1,5 V in notranjim uporom 1 Ω (na sliki narisan pri bateriji) povežemo v šestkotnik. Na pare baterij priključimo tri prečne upornike z enakim uporom 1 Ω, kot kaže slika.



   a) Kolikšen tok bi tekel skozi posamezno baterijo, če v vezju na sliki ne bi bilo prečnih upornikov?

   b) Kolikšen tok teče skozi posamezno baterijo in kolikšen skozi prečne upornike, če je vezje tako kot na sliki?

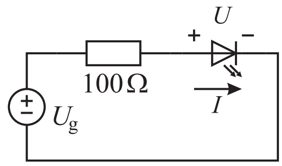
2. Iz bakrene žice s presekom 1,0 $\mathrm{mm^2}$ narežemo pet enakih žičk z dolžino po 10 cm in eno dvakrat daljšo žičko. Iz treh enakih žičk zvarimo prvo gugalnico, tako da žičke tvorijo tri stranice kvadrata. Iz dveh enakih žičk in ene daljše zvarimo drugo gugalnico, tako da žičke tvorijo tri stranice pravokotnika, kot kaže slika. V prostih krajiščih A, B in C gugalnici vpnemo, tako da sta vsaka posebej prosto vrtljivi okrog iste vodoravne osi in se v krajišču C dotikata, kot kaže slika. Pri tem poskrbimo, da mesto dotika dobro prevaja električni tok. Med krajišči gugalnic A in B vežemo generator konstantnega toka 0,10 A. Gugalnici sta v navpičnem homogenem magnetnem polju z gostoto 1,2 T.

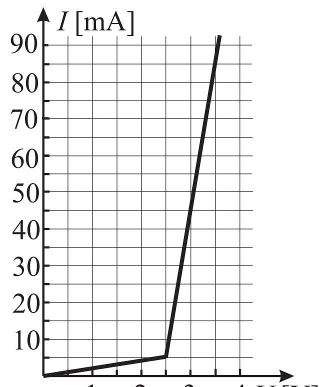


   a) Označi na generatorju pozitivni in negativni pol za primer, da se gugalnici razklonita. Kolikšna magnetna sila deluje na posamezno gugalnico?
   b) Kolikšen je ravnovesni kot med ravninama gugalnic, če je polariteta generatorja taka kot v primeru a)?

   Gostota bakra je 8900 $\mathrm{kg/m^3}$. Magnetno silo med gugalnicama zanemari.

3. Slika kaže vezavo napetostnega vira, upornika in svetleče diode ter napetostno-tokovno karakteristiko svetleče diode. Približno določi največjo napetost vira, pri kateri bo temperatura diode še pod 90 °C. Temperatura okolice je 40 °C. Svetleča dioda oddaja 20 % moči v obliki svetlobe, ostalo pa so toplotne izgube. Predpostavi, da je temperaturna razlika med ohišjem svetleče diode in okolico premo sorazmerna s toplotnim tokom, ki ga dioda oddaja v okolico. Sorazmernostni koeficient je 250 K/W.





4. Dva enaka ploščata kondenzatorja z razmikom med ploščama 1 mm nabijemo na napetost 100 V in odstranimo vir. Negativno nabiti plošči nato povežemo preko upornika za 100 kΩ.

   a) Razmik plošč v prvem kondenzatorju povečamo na 3 mm. Kolikšen tok steče med prvim in drugim kondenzatorjem, ko spojimo še njuni pozitivno nabiti plošči preko upornika za 200 kΩ? Določi smer toka. (Iščemo začetni tok v trenutku, ko plošči povežemo.)
   b) Čez nekaj časa odstranimo upornik za 200 kΩ, nato pa razmik plošč tudi v drugem kondenzatorju povečamo na 3 mm. Kolikšen tok in v kateri smeri steče v trenutku, ko pozitivni plošči ponovno povežemo preko upornika za 200 kΩ? (Negativni plošči sta ves čas poskusa povezani z upornikom za 100 kΩ.)

45. FIZIKALNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE
Državno tekmovanje, Ivančna Gorica, 14. 4. 2007

Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

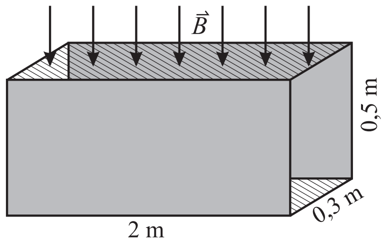
1. Na ploščadi mirujočega tovornega vagona (vagon je brez strehe in sten) sta fant in dekle: fant z zvočnim oddajnikom s frekvenco 200 Hz, dekle pa s sprejemnikom zvoka. Fant teče proti dekletu s hitrostjo 5 m/s, dekle pa proti fantu s hitrostjo 3 m/s. Hitrosti so merjene glede na ploščad.

   a) Za koliko je spremenjena frekvenca, ki jo zaznava sprejemnik?

   b) Vlak s kompozicijo tovornih vagonov vozi s hitrostjo 50 m/s v mirnem ozračju. Fant in dekle ponovita eksperiment, pri čemer teče fant v smeri vožnje. Za koliko se sedaj spremeni frekvenca zvoka, ki jo zaznava sprejemnik?

   Hitrost zvoka v zraku je 340 m/s.

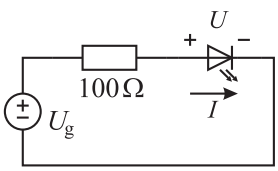
2. Podmornico poganja eksperimentalni elektro-hidrodinamični motor. To je votel kvader, pritrjen na spodnji del trupa. Sprednja in zadnja ploskev na sliki sta prevodni in priključeni na enosmerni generator, spodnja in zgornja ploskev pa sta neprevodni. Skozi levo ali desno stran kvadra (odvisno od smeri vožnje) pa voda vstopa oziroma izstopa. V notranjosti kvadra je močno homogeno magnetno polje z gostoto 10 T, kot kaže slika. Izkoristek takega motorja je odvisen od hitrosti podmornice (ki je po velikosti enaka hitrosti vodnega toka skozi kvader, merjeno glede na kvader).

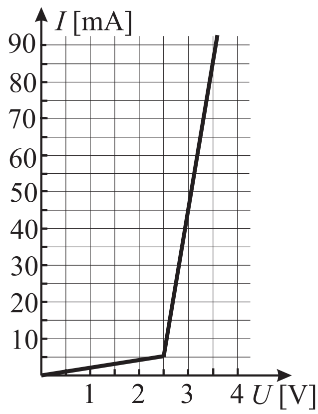


   Zapiši, kako se spreminja izkoristek takega motorja v odvisnosti od hitrosti podmornice. Izračunaj izkoristek za nekaj značilnih hitrosti in približno nariši graf, ki kaže izkoristek v odvisnosti od hitrosti.

   Predpostavi, da prevladujejo izgube zaradi ohmskega upora morske vode. Specifični upor morske vode je $2{,}0 \cdot 10^{-2}$ Ωm, gostota $\rho = 1$ kg/dm^3, čelni presek podmornice znaša $S = 5$ m^2, koeficient upora pa $k = 0{,}3$. Sila upora vode F med gibanjem podmornice s hitrostjo v je $F = kS\rho v^2$.

3. Slika kaže vezavo napetostnega vira, upornika in svetleče diode ter napetostno-tokovno karakteristiko svetleče diode. Približno določi največjo napetost vira, pri kateri bo temperatura diode še pod 90 °C. Temperatura okolice je 40 °C. Svetleča dioda oddaja 20 % moči v obliki svetlobe, ostalo pa so toplotne izgube. Predpostavi, da je temperaturna razlika med ohišjem svetleče diode in okolico premo sorazmerna s toplotnim tokom, ki ga dioda oddaja v okolico. Sorazmernostni koeficient je 250 K/W.





4. Dve enaki točkasti telesi z masama po 10 g sta pritrjeni na krajišči lahke vzmeti s prožnostnim koeficientom $k = 1$ N/m, cel ta sistem pa je položen v tulec zanemarljive mase. Telesi se tulcu tesno prilegata, vendar je trenje med telesoma in tulcem zanemarljivo. Tulec s sistemom je v breztežnem prostoru.

   a) S kolikšno frekvenco nihata telesi, če ju izmaknemo iz ravnovesne lege tako, da se lega masnega središča glede na tulec ne spremeni?

   b) Kolikšna pa je frekvenca, če tulec vrtimo okoli osi, ki je pravokotna na tulec in poteka skozi masno središče sistema, s stalno kotno hitrostjo 10 s^{-1}?

1 Skupina I – rešitve

1. *Podatki:* $s = 800$ m, $t_0 = 60$ s.

   a) V času iskane zakasnitve Δt se moramo pri vožnji z optimalno hitrostjo v premakniti ravno za razdaljo s med zaporednima semaforjema, tako da je $\Delta t = s/v = 48$ s. [3 *t.*]

   b) Če je Δt zakasnitev preklapljanja med zeleno in rdečo lučjo v eno smer, je zakasnitev preklapljanja med zeleno in rdečo lučjo v drugo smer enaka $2t_0 - \Delta t$, kjer je t_0 interval trajanja zelene oziroma rdeče luči. Optimalna hitrost vožnje v nasprotno smer je potem

   $$v' = \frac{s}{2t_0 - \Delta t} = 40\,\mathrm{km/h}.$$

   [3 *t.*]

   c) Zakasnitev preklapljanja med zeleno in rdečo lučjo mora biti enaka v obe smeri, torej $2t_0 - \Delta t'' = \Delta t''$ in $\Delta t'' = 60$ s. Iskana optimalna hitrost znaša

   $$v'' = \frac{s}{\Delta t'} = 48\,\mathrm{km/h}.$$

   [4 *t.*]

2. *Podatki:* $m_0 = 60$ kg, $m = 120$ kg, $v_0 = 3$ m/s.

   a)
   $$v = v_0 \frac{m_0}{m + m_0} = 1\,\mathrm{m/s}\ ,$$

   kjer je v hitrost vozička po doskoku, m_0 Markova masa in v_0 Markova odrivna hitrost. [5 *t.*]

   b)
   $$m_0 u_0 = m u_1 \qquad \text{in} \qquad v_0 = u_0 + u_1\ ,$$

   kjer je u_0 hitrost Marka po odrivu glede na tla in u_1 hitrost vozička takoj po Markovem odrivu. Dobimo

   $$u_1 = v = 1\,\mathrm{m/s} \quad \text{stran od nasipa} \quad \text{in}$$

   $$u_0 = v_0 - u_1 = 2\,\mathrm{m/s} \quad \text{proti nasipu.}$$

   [5 *t.*]

3. *Podatki:* $r_Z/r_L = 3{,}7$, $M_Z/M_L = 81$, $h_Z = 25$ cm, $d_0 = 40$ cm.

a) Težni pospešek na površju telesa se izračuna po enačbi $g = GM/r^2$. Če delimo dve taki enačbi, eno za Luno in drugo za Zemljo, dobimo

$$g_L/g_Z = (M_L/M_Z) \cdot (r_Z/r_L)^2 = 1/81 \cdot 3,7^2 = 0,17.$$

[3 *t.*]

b) Upoštevamo, da se v obeh primerih začetna kinetična energija pretvori v potencialno energijo. Ker ima v obeh poskusih človek enako kinetično energijo (ista začetna hitrost), lahko izenačimo obe potencialni energiji:

$$mg_Zh_Z = mg_Lh_L \quad \Longrightarrow \quad h_L = (g_L/g_Z)^{-1} \cdot h_Z = 1/0,17 \cdot 25\,\mathrm{cm} = 147\,\mathrm{cm}\,.$$

[2 *t.*]

c) Pri odrivanju na Zemlji velja Newtonov zakon v obliki $ma_0 = F - mg_Z$. Na poti d_0 dobi hitrost $v_Z = \sqrt{2a_0d_0}$. S to začetno hitrostjo doseže višino $h_Z = v_Z^2/2g_Z$.

Na Zemlji torej velja $\sqrt{2g_Zh_Z} = \sqrt{2a_0d_0}$, kjer je g_Z težni pospešek na Zemlji, h_Z višina skoka na Zemlji, $a_0 = F/m - g_Z$ pospešek med odrivom na Zemlji, $d_0 = 40$ cm počep in F sila odriva.

Na Luni sta F in d_0 enaka. Tedaj velja podobno kot na Zemlji $ma_L = F - mg_L$ in $\sqrt{2g_Lh_L} = \sqrt{2a_Ld_0}$ in $a_L = F/m - g_L$.
Od tu dobimo $h_L = h_Z(g_Z/g_L) + d_0[(g_Z/g_L) - 1]$.
Dobimo približno $h_L = 6h_L + 5d_0 = 3{,}5$ m. [5 *t.*]

4. *Podatki:* $k = 0{,}8$.

Z F_k označimo silo podlage pri kolesih, z F_p navpično komponento sile podlage v podpori, in z F_{tr} silo trenja v podpori. Za sile v navpični smeri velja

$$F_k + F_p = mg\,, \qquad [1\ t.]$$

v vodoravni pa

$$ma = F_{\mathrm{tr}}\,. \qquad [2\ t.]$$

Ravnovesje navorov smemo zapisati le za os skozi težišče, saj se smetnjak giblje pospešeno (pojemjoče):

$$F_{\mathrm{tr}}\,\frac{a}{2} + F_p\,\frac{a}{2} = F_k\,\frac{a}{2}\,, \qquad \text{oziroma} \qquad F_{\mathrm{tr}} + F_p = F_k\,. \qquad [4\ t.]$$

Z upoštevanjem $F_{\mathrm{tr}} = kF_p$ hitro izluščimo

$$F_p = \frac{mg}{2+k}$$

in

$$a = \frac{F_{\mathrm{tr}}}{m} = \frac{k}{2+k}\,g = 2{,}8\ \mathrm{ms}^{-2}\,.$$

[3 *t.*]

2 Skupina II – rešitve

1. *Podatki:* $U = 1{,}5$ V, $R = 1\ \Omega$.

   a) Iz enačbe za krog, $6RI - 6U = 0$, sledi tok

   $$I = \frac{U}{R} = 1,5\ \mathrm{A} \qquad [4\ \mathrm{t.}]$$

   b) Nalogo lahko rešujemo na mnogo načinov. Vezje ima glede na izbiro prečnega upornika simetrijo. Zato so napetosti (potenciali) v vseh točkah enakostraničnega trikotnika enake in skozi prečne upornike tok ne teče. Vezje se električno ne spremeni, če prečne upornike odstanimo. Rezultat je torej enak kot v primeru a). [6 *t.*]

2. *Podatki:* $l = 10$ cm, $S = 1\ \mathrm{mm}^2$, $I = 0{,}1$ A, $B = 1{,}2$ T, $\rho = 8900\ \mathrm{kg/m^3}$.

   a) Pozitivni priključek je pri A, negativni pri B. [2 *t.*]

   Sile v (prvotno) navpičnih stranicah se paroma pokrajšajo in ostane le magnetna sila na vodoravno stranico. Magnetna sila na prvo gugalnico:

   $$F_1 = IlB = 1{,}2 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{N}\,,$$

   in na drugo:

   $$F_2 = I2lB = 2{,}4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{N}\,,$$

   [2 *t.*]

   b) Za kvadratno gugalnico ravnovesje navorov zapišemo kot

   $$\left(2mg\,\tfrac{1}{2}l + mgl\right) sin\varphi_1 = IlB \cdot l\cos\varphi_1\,,$$

   kjer je m masa krajše žičke, l pa njena dolžina. Upoštevaje $m = \rho l S$ dobimo

   $$\tan\varphi_1 = \frac{B}{2\rho g} \cdot \frac{I}{S}.$$

   Za pravokotno gugalnico na podoben način dobimo

   $$\left(2mg\,\tfrac{1}{2}l + 2mgl\right)\sin\varphi_2 = 2IlB \cdot l\cos\varphi_2$$

   in

   $$\tan\varphi_2 = \frac{2B}{3\rho g} \cdot \frac{I}{S}.$$

   Ker se gugalnici odklonita v nasprotnih smereh, je kot med njunima ravninama v ravnovesju enak $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = 77°$. [6 *t.*]

3. *Podatki:* $T_1 = 90$ °C, $T_0 = 40$ °C, $K = 250$ K/W, $\eta = 20$ %. $R = 100\ \Omega$.

   Toplotni tok (moč) dobimo iz zvez

$$P_Q = \frac{K}{\Delta T} = \frac{K}{T_1 - T_0} = 200\ \mathrm{mW}\,. \qquad [2\ t.]$$

   Celotno moč, $P = P_Q + P_{\mathrm{svetloba}}$, dobimo iz podatka za izkoristek:

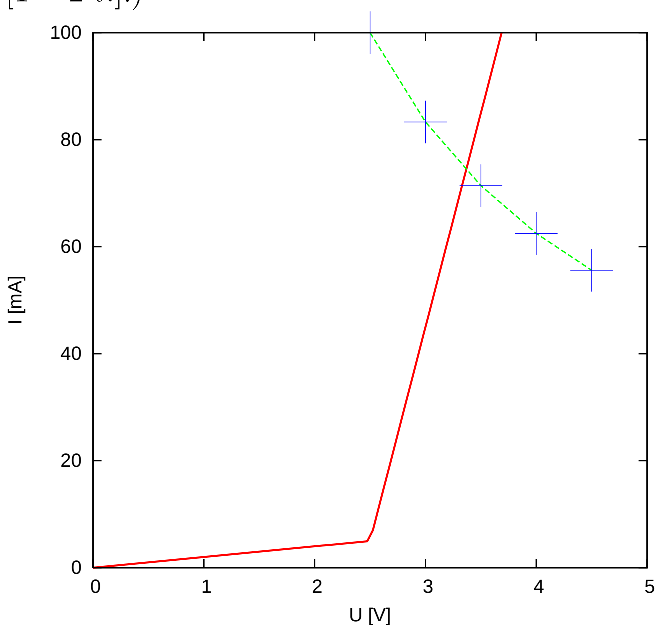
$$\eta = \frac{P_{\mathrm{svetloba}}}{P} = \frac{P - P_Q}{P}\,, \qquad P = \frac{P_Q}{1-\eta} = 250\ \mathrm{mW}\,. \qquad [2\ t.]$$

   Celotna moč je enaka produktu toka skozi diodo in napetosti na diodi, $P = U_d I$. Da najdemo to v vezju, moramo torej poiskati tisto točko na grafu, pri kateri je produkt napetosti U_d in toka I enak celotni moči, ki se troši na diodi. Nalogo lahko rešimo s poskušanjem, grafično ali analitično.

   Grafični postopek nas najhitreje pripelje do cilja. Izračunajmo za nekaj značilnih napetosti na diodi, recimo pri 2,5 V, 3 V, 3,5 V, 4 V, ...tokove, pri vodijo do podane moči, $I = P/U$, in vrednosti vnesimo v graf (glej sliko). Točke povežimo; iskana rešitev za tok in napetost je v presečišču krivulje skozi točke in krivulje (premice), ki podaja karakteristiko diode. Dobimo

$$U_d = 3{,}35\ \mathrm{V} \pm 0{,}05\ \mathrm{V}\,, \qquad I = 74{,}5\ \mathrm{mA} \pm 2{,}0\ \mathrm{mA}\,. \qquad [4\ t.]$$

   (Pri večjih odstopanjih, a še vedno smiselnih rezultatih [3 *t.*], ideja z napačnim rezultatom [1 − 2 *t.*].)



   Napetost vira je potem

$$U_g = U_d + IR = 10{,}8\ \mathrm{V}\,. \qquad [2\ t.]$$

4. *Podatki:* $d_1 = d_2 = 1$ mm, $d_1' = d_2' = 3$ mm, $U_1 = U_2 = 100$ V, $R_1 = 100$ kΩ, $R_2 = 200$ kΩ.

a) Ker je kondenzator izoliran, se pri razmikanju plošč naboj na njem ohranja, torej $C_1U_1 = C_1'U_1'$. Za končno napetost na prvem kondenzatorju torej dobimo (Za kapaciteto ploščatega kondenzatorja velja $C = \varepsilon_0 S/d$, v končnih izrazih se ε_0 in S pokrajšata.)

$$U_1' = \frac{C_1}{C_1'}U_1 = \frac{d_1'}{d_1}U_1 = 300 \text{ V}. \qquad [2\ t.]$$

Ko pozitivni plošči spojimo preko upornika, v krogu steče tok

$$I = \frac{U_1' - U_2}{R_1 + R_2} = 0{,}67 \text{ mA}. \qquad [2\ t.]$$

(Od tega za pravilen izraz za skupno napetost [1 *t.*] in za pravilen izraz za skupni upor [1 *t.*].) Tok teče s prvega kondezatorja na drugi.

c) Po dovolj dolgem času steče s prvega na drugi kondenzator toliko naboja, da se napetosti na kondenzatorjih izenačita, $U_1'' = U_2'$. Če z e_1'' in e_2' označimo končna naboja in z $e_1 = e_2$ naboja na začetku, velja

$$\frac{e_1''}{C_1'} = \frac{e_2'}{C_2} \qquad \text{in} \qquad e_1'' + e_2' = e_1 + e_2 = 2e_1\,, \qquad [1\ t.]$$

saj se skupni naboj ohranja. Iz obeh enačb sledi

$$e_1''\left(1 + \frac{C_2}{C_1'}\right) = 2e_1 = 2C_1U_1\,,$$

ter izračunamo

$$U_2' = U_1'' = \frac{e_1''}{C_1'} = \frac{2C_1U_1}{C_1'\left(1 + \frac{C_2}{C_1'}\right)} = \frac{2d_1'}{d_1}\frac{1}{\left(1 + \frac{d_1'}{d_1}\right)}U_1 = \frac{2d_1'}{d_1 + d_1'}U_1 = 150 \text{ V}. \qquad [2\ t.]$$

Končno napetost na drugem kondenzatorju dobimo tako kot pri a):

$$U_2'' = \frac{d_2'}{d_2}U_2' = 450 \text{ V}. \qquad [1\ t.]$$

Ko pozitivni plošči spojimo, v krogu steče tok

$$I' = \frac{U_2'' - U_1''}{R_1 + R_2} = 1{,}0 \text{ mA}. \qquad [1\ t.]$$

Tok teče z drugega kondenzatorja na prvega, obratno kot v prvem primeru. [1 *t.*]

3 Skupina III – rešitve

1. *Podatki:* $\nu_0 = 200$ Hz, $v_F = 5$ m/s, $v_D = 3$ m/s, $v_0 = 50$ m/s, $c = 340$ m/s.

   a) Zaradi Dopplerjevega efekta je frekvenca, ki jo zazna sprejemnik

$$\nu = \nu_0 \frac{1 + \dfrac{v_D}{c}}{1 - \dfrac{v_F}{c}} \qquad \text{in} \qquad \nu - \nu_0 = \frac{v_F + v_D}{c - v_F} = 4{,}8 \text{ Hz} . \qquad [5\ t.]$$

   b) Pomembne so hitrosti glede na sredstvo; glede na zrak se fant giblje s hitrostjo $v_F + v_0$, hitrost dekleta glede na veter pa je $-v_D + v_0$ (s tolikšno hitrostjo se dekle *oddaljuje*). Velja:

$$\nu' = \nu_0 \frac{1 - \dfrac{-v_D + v_0}{c}}{1 - \dfrac{v_F + v_0}{c}} \qquad \text{in} \qquad \nu' - \nu_0 = \frac{v_F + v_D}{c - v_F - v_0} = 5{,}6 \text{ Hz} . \qquad [5\ t.]$$

   Razlika med $\nu' - \nu = 0{,}8$ Hz . mora biti dovolj natačno izračunana, v nasprotnem primeru tekmovalec lahko izgubi [2 *t.*].

2. *Podatki:* $a = 2$ *m*, $b = 0{,}5$ m, $c = 0{,}3$ m, $k = 0{,}3$, $S = 5$ m^2, $\zeta = 20 \cdot 10^{-3}$ Ωm, $\rho = 1000$ kg/m^3, $B = 10$ T.

   Ko se podmornica giblje s stalno hitrostjo v, sta v ravnovesju magnetna sila in sile upora vode

$$F_m = IcB = F_u = k\rho S v^2 . \qquad [2\ t.]$$

   Od tod lahko izrazimo električni tok v odvisnosti od hitrosti podmornice

$$I = \frac{k\rho S}{cB} v^2 . \qquad [1\ t.]$$

   Ohmske izgube motorja znašajo

$$P_Q = RI^2 = \zeta \frac{c}{ab} \left(\frac{k\rho S}{cB} v^2 \right)^2 = \zeta \frac{(k\rho S)^2}{abc} \frac{v^4}{B^2} . \qquad [1\ t.]$$

   Moč, ki se troši za premagovanje vodnega upora, pa znaša

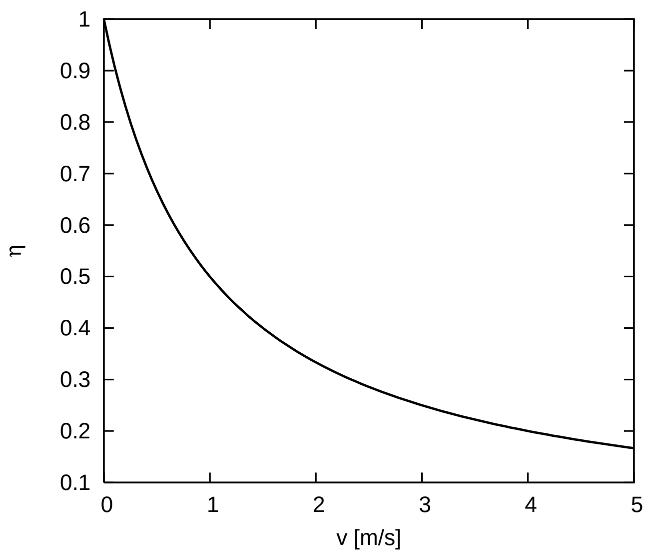
$$P_u = F_u v = k\rho S v^3 . \qquad [1\ t.]$$

   Izkoristek ocenimo kot

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_Q} = \frac{1}{1 + \zeta \frac{k\rho S}{abc} \frac{v}{B^2}} = \frac{1}{1 + \beta v} , \qquad [2\ t.]$$

   kjer meri

$$\beta = \frac{\zeta k \rho S}{abcB^2} = 1{,}0 \text{ s/m} .$$



   [3 *t.*]

3. Glej rešitev tretje naloge v skupini II.

4. *Podatki:* $m = 10$ g, $k = 1$ N/m, $\omega = 10$ s^{-1}.

a) Telesi odmaknemo za x od njune ravnovesne lege, v nasprotnih smereh, tako da ostane težišče pri miru. Vzmet je v tem primeru raztegnjena za $2x$ in Newtonov zakon zapišemo kot

$$ma = -k\,2x\,, \qquad a = -\omega_0^2 x$$

Od tod takoj sledi

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}} = 14\ \mathrm{s}^{-1}\,, \qquad \nu = \frac{\omega_0}{2\pi} = 2{,}3\ \mathrm{s}^{-1}\,. \qquad [4\ t.]$$

Možen je tudi drugačen razmislek.

b) Ravnovesna lega se premakne za x_0. Telo kroži po krožnici z radijem $\frac{1}{2}l + x_0$, če je l dolžina nenapete vzmeti. Iz Newtonovega zakona za kroženje sledi

$$m\omega^2(\tfrac{1}{2}l + x_0) = 2kx_0\,. \qquad [2\ t.]$$

Pospešek v radialni smeri je sestavljen iz radialnega pospeška zaradi kroženja $a_r = -\omega^2(\frac{1}{2}l + x)$ ($-$ zato ker kaže prosti središču) in pospeška zaradi nihanja, $a_{\mathrm{nih}} = -\omega_0^2(x - x_0)$. Newtonov zakon za ta primer torej zapišemo kot

$$m(a_r + a_{\mathrm{nih}}) = -2kx\,.$$

Enačbo preuredimo

$$m\omega_0^2(x - x_0) = 2kx - m\omega^2(\tfrac{1}{2}l + x)$$

Iz prve enačbe izrazimo $m\omega^2\frac{1}{2}l = 2kx_0 - m\omega^2 x_0$ in dobimo

$$m\omega_0^2(x - x_0) = 2k(x - x_0) - m\omega^2(x - x_0)$$

oziroma

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m} - \omega^2} = 10\ \mathrm{s}^{-1}\,, \qquad \nu = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1{,}6\ \mathrm{s}^{-1}\,. \qquad [4\ t.]$$