

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

Naloge za 6. razred

Čas reševanja: **90 minut**. V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo preglednico, desno preglednico pusti prazno. Vsaka naloga sklopa A ima natanko en pravilen odgovor. Komisija bo pri vrednotenju odgovorov sklopa A upoštevala samo odgovore, zapisane v preglednico.

A1	A2	A3	A4	A5	A6

B1	B2

A1. Pred dvigalom stoji 6 ljudi, ki tehtajo 65 kg, 68 kg, 75 kg, 81 kg, 85 kg in 106 kg. Nosilnost dvigala je 240 kg. V najmanj koliko skupinah se bodo morali peljati, da ne presežejo nosilnosti?

- (A) 5 (B) 2 (C) 3 (D) 2 (E) 1

A2. Na šoli je 84 šestošolcev. Test iz matematike sta pisali $\frac{2}{3}$ šestošolcev. Vse točke sta dosegla 2 učenca, kar predstavlja četrtnino tistih, ki so pisali odlično. Kolikšen delež učencev, ki so pisali test, je dobilo odlično oceno?

- (A) $\frac{2}{84}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{7}$ (E) $\frac{1}{8}$

A3. Dolžina daljice AB je 36,25 cm. Na daljici ležita še točki C in D . Pri tem je dolžina daljice AC enaka četrtnini daljice CB . Dolžina daljice DB je enake 20,20 cm. Kolikšna je dolžina daljice CD ?

- (A) 7,25 cm (B) 8,8 cm (C) 16,05 cm (D) 20,2 cm
(E) nemogoče je izračunati

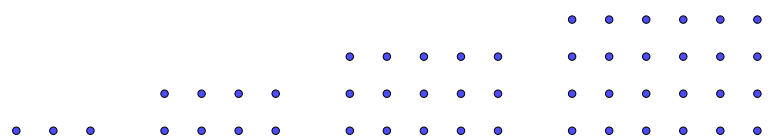
A4. Andrej je na tablo zapisal vsa naravna števila do nekega števila, večjega od 5. Barbara je izbrisala vsa števila, deljiva s 4. Potem je Cilka izbrisala vsa števila, deljiva z 2, in nato Drago vsa števila, deljiva s 3. Koliko števil je zapisal na tablo Andrej, če so Barbara, Cilka in Drago izbrisali enako količino števil?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 14

A5. Babica je na loteriji zadela manjši znesek denarja. Če bi ga razdelila med svojih pet vnukov, vsakemu bi dala enako, bi ji ostali 3 evri. Če pa bi znesku dodala 8 evrov in bi si ga le z dedkom delila na pol, bi vsak od njiju dobil trikrat tolikšen znesek kot vsak vnuk. Koliko denarja je zadela babica na loteriji?

- (A) 58 evrov (B) 63 evrov (C) 68 evrov (D) 73 evrov (E) 78 evrov

A6. Tina ima na razpolago 150 kroglic. Po vrsti sestavlja vzorec iz pravokotnikov, kot je prikazano na sliki.

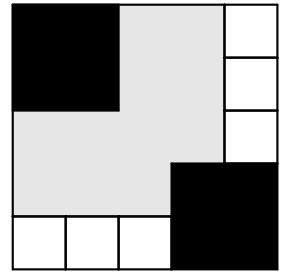


Koliko kroglic ji ostane, ko še uspe v celoti sestaviti zadnji pravokotnik iz tega vzorca?

- (A) 17 (B) 7 (C) 2 (D) 1 (E) 0

B1. Pehta je za svoje prijatelje skuhala poln lonec kaše. Prva je prišla Mojca. Dobila je $\frac{1}{10}$ kaše. Za Mojco je prišel Rožle. Njemu je Pehta dala $\frac{1}{9}$ preostale kaše. Brincelj, ki se je spotoma oglasil, je dobil osmino kaše, ki je še ostala. Kekec je dobil sedmino preostale kaše. Ko je Kekec pojedel svoj delež, je dal volkcju šestino kaše, ki je ostala. Za Bedanca je ostalo še 3 l kaše. Izračunaj, kolikšen delež kaše je dobil vsak izmed njih in koliko litrov kaše je skuhala Pehta.

B2. Kvadrat razdelimo, kot kaže slika. Vsi mali beli kvadrati so skladni, prav tako sta skladna oba črna kvadrata. Vsota ploščin belih kvadratov je 24 cm^2 in obseg sivega dela je 36 cm . Izračunaj ploščino črnega kvadrata.



Naloge za 7. razred

Čas reševanja: **90 minut**. V sklopu A bomo pravičen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo preglednico, desno preglednico pusti prazno. Vsaka naloga sklopa A ima natanko en pravičen odgovor. Komisija bo pri vrednotenju odgovorov sklopa A upoštevala samo odgovore, zapisane v preglednico.

A1	A2	A3	A4	A5	A6

B1	B2

A1. Katero od naštetih števil se lahko zapiše kot vsota štirih zaporednih naravnih števil?

- (A) 16 (B) 19 (C) 22 (D) 25 (E) 28

A2. Dva pravokotnika imata enako ploščino. Dolžina drugega je za tretjino daljša od dolžine prvega. Za koliko je širina drugega pravokotnika krajša od širine prvega?

- (A) za četrtno (B) za osmino (C) za tretjino (D) za polovico (E) za petino

A3. Tadej je napisal na list papirja 4-mestno število. Nato ga je po nesreči polil s sokom tako, da se zadnji dve števki nista več videli. Kolikšna je vsota zadnjih dveh števk štirimestnega števila 86 __ __, če je prvotno zapisano število deljivo s 3, s 4 in s 5?

86

- (A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 9 (E) 13

A4. Koliko praštevil p zadošča neenakosti $\frac{3}{8} < \frac{3}{p} < \frac{4}{3}$?

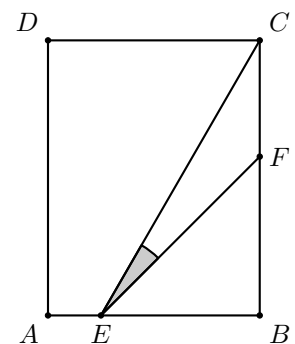
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

A5. Trije prijatelji so odšli na planinski izlet in vsak izmed njih je vzel s seboj enako količino vode. Med planinarjenjem je Renata popila polovično količino vode, kot jo je popil Jan. Monika je popila še enkrat toliko vode, kot jo je popil Jan. Vsi skupaj so popili tretjino vode, ki so jo imeli s seboj. Kolikšen del svoje količine vode je popila Renata?

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{3}$

A6. Na stranici AB pravokotnika $ABCD$, ki je dolga 4 cm, leži točka E , na stranici BC pa točka F . Pri tem velja $|AE| = \frac{1}{4}|AB|$, $|BF| = 3$ cm in kot $ECB = 30^\circ$. Koliko meri kot FEC ?

- (A) 11° (B) 12° (C) 13° (D) 14° (E) 15°



B1. Na OŠ je 100 sedmošolcev. Peter je delal anketo, koliko jih v popoldanskem času obiskuje glasbeno šolo ali športne dejavnosti. Zapisal si je takole:

- 31 jih obiskuje glasbeno šolo,
- 27 jih obiskuje šport,
- 12 fantov obiskuje šport,
- obe popoldanski dejavnosti obiskujeta dve dekleti več kot fantov,
- 12 deklet obiskuje samo glasbeno šolo, ne pa športne dejavnosti,
- 50 sedmošolcev ne obiskuje nobene od obeh popoldanskih dejavnosti.

Odgovori na naslednja vprašanja:

Koliko sedmošolcev obiskuje oboje?

Koliko deklet obiskuje samo športno dejavnost in ne glasbene šole?

Koliko fantov obiskuje glasbeno šolo ali športno dejavnost?

B2. Poišči 7-mestni palindrom (to je število, kjer se številke preberejo enako z leve proti desni kot z desne proti levi), pri katerem je druga številka dvakratnik prve, peta številka je dvakratnik četrte, vsota vseh števk v palindromu pa je 26. Odgovor utemelji.

58. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 23. april 2022

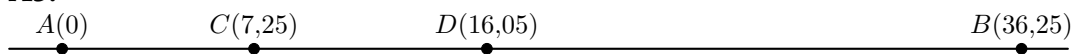
Rešitve nalog za 6. razred

A1	A2	A3	A4	A5	A6
C	D	B	B	A	A

A1. Vseh šest ljudi tehta skupaj 480 kg. Da bi se vsi peljali le v dveh skupinah, bi morali trije izmed njih tehtati natanko 240 kg, kar pa ni mogoče.

A2. Če dva učenca pomenita četrtno, je vseh učencev, ki so pisali odlično, 8. Test sta pisali $\frac{2}{3}$ od 84 šestošolcev, kar je 56 učencev. Delež učencev, ki so dobili odlično oceno, je $\frac{8}{56} = \frac{1}{7}$.

A3.



Predstavimo točke na številski premici. Naj bo $A(0)$. Potem je $B(36,25)$. Ker je dolžina daljice AC enaka četrtni dolžine daljice CB , moramo razdeliti dolžino daljice AB na 5 enakih delov. Točka C je na prvi petini, torej je $C(7,25)$. Točka D pa je od B oddaljena 20,2 cm, torej je koordinata točke $D(16,05)$ ($36,25 - 20,2 = 16,05$). Dolžina daljice CD je $16,05 - 7,25 = 8,8$ cm.

A4. Barbara je brisala večkratnike števila 4: 4, 8, ..., Cilka večkratnike števila 2: 2, 6, ... in Drago večkratnike števila 3: 3, 9, ... Cilka ni izbrisala števila 4, ker ga je izbrisala že Barbara, in Drago ni izbrisal števila 6, ker ga je izbrisala že Cilka. Ker so vsi izbrisali enako količino števil, in sicer po 2, je bilo na tabli 9 števil. Če bi jih bilo zapisanih več, jih ne bi izbrisali vsi enako.

A5. Če bi babica dodala 8 evrov in si znesek delila z dedkom, bi vsak izmed njiju dobil trikrat toliko kot en vnuk, kar pomeni, da bi skupaj imela šestkrat toliko, kot bi dobil en vnuk. Če pa bi dobiček razdelila med pet vnukov, bi ji ostali 3 evri. Torej, če bi tem 3 evrom dodala 8 evrov, bi dobila 11 evrov, kolikor bi dobil en vnuk. To pa pomeni, da je na loteriji zadela $5 \cdot 11 + 3 = 58$ evrov.

A6. Prvi pravokotnik sestavi z $1 \cdot 3 = 3$ kroglicami, drugega z $2 \cdot 4 = 8$ kroglicami, tretjega s $3 \cdot 5 = 15$ kroglicami. Število kroglic, ki bi jih porabila za naslednje pravokotnike po vrsti, je: 24, 35, 48, 63, 80 ... Sproti preverjamo, kako je s porabo kroglic. Za prve 4 pravokotnike porabi $3 + 8 + 15 + 24 = 50$ kroglic, za prvih 5 pravokotnikov $50 + 35 = 85$ kroglic, za prvih 7 pravokotnikov $85 + 48 = 133$ kroglic. Tedaj bi ji ostalo $150 - 133 = 17$ kroglic, kar ne bi bilo dovolj za oblikovanje naslednjega pravokotnika. Tini ostane 17 kroglic.

B1. Pehta je Mojci dala $\frac{1}{10}$ kaše, v loncu pa je je ostalo še $\frac{9}{10}$. Rožle je dobil $\frac{1}{9}$ preostanka, torej $\frac{1}{10}$ prvotne količine in je je ostalo še $\frac{8}{10}$. Od tega je dobil Brinclj $\frac{1}{8}$, kar pomeni $\frac{1}{10}$ začetne količine. V posodi je bilo tako še $\frac{7}{10}$ kaše, Kekec je je pojedel $\frac{1}{7}$ oziroma $\frac{1}{10}$ celotne kaše. Ostalo je še $\frac{6}{10}$ kaše in ker je je volk pojedel $\frac{1}{6}$, torej $\frac{1}{10}$ vse kaše, je Bedanec dobil polovico lonca kuhane kaše. Iz besedila izvemo, da je Bedanec dobil 3 l kaše, torej je Pehta skuhala 6 l kaše. Tako je Bedanec dobil polovico kaše, vsak od ostalih pa desetino.

Izračunan preostanek, ko Mojca dobi svoj delež, ali izračun Rožletovega deleža. 1 točka
 Izračunan Brincljev delež. 1 točka
 Izračunan Kekčev delež. 1 točka
 Izračunan volkcev delež. 1 točka

Ugotovitev, da je Bedanec dobil polovico. 1 točka
Izračunana količina skuhane kaše. 1 točka
B2. Sivi lik si lahko predstavljamo kot sivi kvadrat, ki ga delno prekrivata črna kvadrata. Obseg vidnega sivega dela je enak obsegu sivega kvadrata. Torej ima dolžino stranice 9 cm. Ker so ob njem trije mali beli kvadrati z dolžino stranice 2 cm, je preostanek 3 cm. Črni kvadrat desno spodaj ima 5 cm dolgo stranico in ploščino 25 cm^2 .

Upoštevanje, da je obseg sivega območja enak obsegu sivega kvadrata. 1 točka
Upoštevanje dolžine stranice sivega kvadrata. 1 točka
Izračunana stranica malega belega kvadrata. 1 točka
Ugotovitev, da je dolžina stranice črnega kvadrata enaka dolžini stranice belega kvadrata in delu stranice sivega kvadrata. 1 točka
Izračunana stranica črnega kvadrata meri 5 cm. 1 točka
Izračunana ploščina črnega kvadrata. 1 točka

58. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 23. april 2022

Rešitve nalog za 7. razred

A1	A2	A3	A4	A5	A6
C	A	B	D	B	E

A1. Če je število enako vsoti štirih zaporednih naravnih števil, mora dati pri deljenju s 4 ostanek 2. Edino navedeno število, ki ustreza temu, je 22.

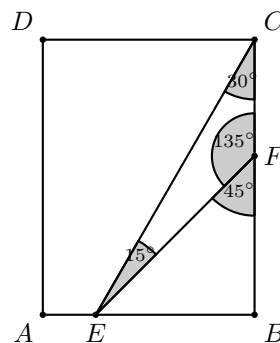
A2. Z a in b označimo dolžini stranic prvega pravokotnika ter z a' in b' stranici novega pravokotnika. Za dolžini velja: $a' = a + \frac{1}{3}a = \frac{4}{3}a$. Ker sta ploščini pravokotnikov enaki, lahko zapišemo: $a \cdot b = \frac{4}{3}a \cdot b'$. Dobimo, da je $b = \frac{4}{3}b'$ oziroma $b' = \frac{3}{4}b$, torej smo širino skrajšali za četrtno.

A3. Ker je število deljivo s 5, mora biti zadnja številka 0 ali 5. Prvotno število se zagotovo konča z 0, saj sicer ne bi bilo deljivo s 4. Število je deljivo s 3, ko je vsota števk deljiva s 3. Torej je predzadnja številka lahko le 1, 4 ali 7. Zaradi deljivosti s 4 ustreza le številka 4, torej se število konča s 40. Vsota zadnjih dveh števk je 4.

A4. Iz $\frac{3}{8} < \frac{3}{p} < \frac{4}{3}$ sledi $\frac{3}{4} < \frac{p}{3} < \frac{8}{3}$ ali $\frac{9}{12} < \frac{4p}{12} < \frac{32}{12}$. Zato je $9 < 4p < 32$ oziroma $\frac{9}{4} < p < 8$. To pomeni, da neenakosti zadoščajo 3 praštevila, in sicer 3, 5 in 7.

A5. Renata je popila polovično količino vode, kot jo je popil Jan, oziroma je Jan popil dvakrat toliko vode kot Renata. Monika je popila dvakrat toliko vode kot Jan, oziroma štirikrat toliko kot Renata. Skupaj so popili 7-krat toliko vode, kot jo je popila Renata, oziroma toliko vode, kot jo je imel s sabo eden izmed njih. Iz tega sledi, da je Renata popila $\frac{1}{7}$ svoje vode.

A6. Rešitev: Ker je $|AE| = \frac{1}{4}|AB|$, je $|EB| = 3$ cm. Zato je trikotnik EBF enakokraki pravokotni trikotnik in velja $\angle EFB = 45^\circ$. Potem je kot $\angle CFB = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$. Vsota velikosti



kotov trikotnika CEF je 180° , torej je $\angle FEC = 15^\circ$.

B1. Ker 50 sedmošolcev ne obiskuje nobene od navedenih dejavnosti, jih 50 obiskuje vsaj eno dejavnost. Vemo, da 31 sedmošolcev obiskuje glasbeno šolo in 27 šport, torej jih $31 + 27 - 50 = 8$ obiskuje oboje. Obe dejavnosti obiskujeta 2 deklet več kot fantov, torej obe dejavnosti obiskuje 5 deklet in 3 fantje. Ker šport obiskuje 27 sedmošolcev in jih 8 obiskuje oboje, jih 19 obiskuje samo šport. Šport obiskuje 12 fantov, 3 fantje obiskujejo oboje, torej 9 fantov obiskuje samo šport. Deklet, ki obiskujejo samo šport, je tako $19 - 9 = 10$. Samo glasbo obiskuje $31 - 8 = 23$ sedmošolcev, od tega je 12 deklet, zato je fantov 11. Fantov, ki obiskujejo glasbeno šolo ali športno dejavnost, je $9 + 3 + 11 = 23$.

Odgovor, koliko sedmošolcev obiskuje obe dejavnosti: $31 + 27 - 50 = 8$ 1 točka

Ugotovitev, da obe dejavnosti obiskuje 5 deklet in 3 fantje. 1 točka

Ugotovitev, da samo šport obiskuje 19 sedmošolcev ($27 - 8 = 19$) in da je od tega 9 fantov ($12 - 3 = 9$). 1 točka

Odgovor, koliko deklet obiskuje samo športno dejavnost in ne glasbene šole: $19 - 9 = 10$ 1 točka

Ugotovitev, da samo glasbo obiskuje 11 fantov: $31 - 12 - 8 = 11$ 1 točka

Odgovor, koliko fantov obiskuje glasbeno šolo ali športno dejavnost: $11 + 9 + 3 = 23$. . 1 točka

B2. Ker je druga številka dvakratnik prve in je sedma številka enaka prvi, je tudi šesta številka dvakratnik prve. Zato je vsota prve, druge, šeste in sedme številke šestkratnik prve številke. Vemo še, da je vsota vseh števk sodo število, zato je tudi četrta številka sodo število. Imamo natanko dve možnosti. Če je četrta številka 2, potem sta tretja in peta številka enaki 4. Vsota teh treh je 10, vsota ostalih štirih števk pa je 16. Ker 16 ni deljivo s 6, ta možnost ni prava. Druga možnost je, da je četrta številka enaka 4, potem sta tretja in peta številka enaki 8. Vsota teh treh števk je 20, vsota ostalih pa 6. Iz tega sledi, da sta prva in sedma številka enaki 1, druga in šesta pa 2. Iskani palindrom je 1284821.

Sklep, da je šesta številka dvakratnik prve. 1 točka

Ugotovitev, da je vsota prve, druge, šeste in sedme številke deljiva s 6. 1 točka

Sklep, da je četrta številka sodo. 1 točka

Izločitev možnosti, da je četrta številka enaka 2. 1 točka

Zapisana rešitev s četrto številko enako 4. 1 točka

Utemeljitev, da ni ostalih možnosti. 1 točka

Opomba: Za uganjeno in preizkušeno rešitev dobi tekmovalec največ 3 točke. Za izločitev ostalih možnosti za četrto številko dobi dodatno točko. Še dve pa mu pripadeta, če utemelji, da ima prva številka lahko le vrednost 1.