Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije
Jadranska 19
1000 Ljubljana

Zavod RS za šolstvo
Poljanska 28
1000 Ljubljana

38. TEKMOVANJE ZA ZLATO VEGOVO PRIZNANJE

7. razred

20. april 2002

Navodila za šifriranje: Na mizi imaš prijavni list, tekmovalno polo formata A3 in pritožni list. Nadzorni učitelj ti bo ponudil komplet treh šifer. Eno nalepi na prijavni list, kjer preveri svoje podatke in ga podpiši, drugo na tekmovalno polo, tretjo pa na pritožni list.
List z nalogami in pritožni list po tekmovanju odnesi s seboj. V primeru ugovora na vrednotenje izdelka uporabi pritožni list.
Čas za reševanje je 120 minut.
Izdelek piši s črnilom čitljivo in pregledno na tekmovalno polo, priloženi papir pa služi za razmišljanje.
DRŽAVNA TEKMOVALNA KOMISIJA TI ŽELI VELIKO USPEHA .
Dosežki bodo najhitreje (27.4.) vidni na internet naslovu http://www.dmfa.si, naloge in rešitve pa že danes.

1. naloga

Izračunaj vrednost izraza:

$$\left(\sqrt[3]{-27}-\frac{5}{6}+\left(2-18\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}-0{,}2\right)^2+(9-4{,}5)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^3\right):(1-3)\right)\cdot 2^2=$$

2. naloga

Akvarij, ki je visok 35 cm, stoji na mizi. Ko vanj nalijemo 50 litrov vode, sega voda 20 cm visoko. Največ koliko litrov vode lahko nalijemo v akvarij?

3. naloga

Smrklja in Kenguru sta skupaj kolesarila. Ko sta imela do doma še 15 km, se je Smrklja ustavila in si privoščila 5 minut počitka. Kenguru pa ni počival, ampak je vozil dalje s hitrostjo $20\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ko se je Smrklja odpočila, je nadaljevala pot proti domu s 25 % večjo hitrostjo kot Kenguru.

a) Kdo je prvi prikolesaril domov?
b) Kolikšna je bila časovna razlika med prihodoma domov?

4. naloga

Izračunaj vrednosti števila x $(x \in \mathbf{Z})$, za katere je tudi vrednost ulomka $\frac{x+9}{x+4}$ celo število.

5. naloga

Trapez *ABCD* ima ploščino *p*. Točko *E*, ki je središče (razpolovišče) kraka *AD*, zvežemo z ogliščema *B* in *C*.
Kolikšen del ploščine trapeza je ploščina trikotnika ΔBCE? Utemelji z računom.

1. naloga

- $18\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}-0{,}2\right)^2=\frac{1}{3}$ …………………………………………………………………….. 1t
- $(9-4{,}5)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^3=-\frac{4}{3}$ …………………………………………………………………... 1t
- $2-\frac{1}{3}-\frac{4}{3}=\frac{1}{3}$ ……………………………………………………………………………. 1t
- $\left(-3-\frac{5}{6}+\left(-\frac{1}{6}\right)\right)\cdot 4$ …………………………………………………………………... 1t
- $(-4)\cdot 4=-16$ ……………………………………………………………………………. 1t

5t

2.naloga

Nalogo rešimo s sklepanjem, npr.:

- 1 cm visoko sega 2,5 l vode. ………………………………………………………… 2t
- 35 cm visoko sega ($35\cdot 2{,}5\text{ l}=87{,}5\text{ l}$) 87,5 litrov vode. …………………………… 2t
- Odg.: V akvarij lahko nalijemo največ 87,5 l vode. ……………………………….. 1t

5t

3. naloga

a) Kenguru prikolesari domov v: $\frac{15}{20}\text{ h}=45\text{ min}$ ……………………………………… 1t

- Smrklja:
  - vozi do doma s hitrostjo $25\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ……………………………………………….. 1t
  - porabi do doma $\frac{15}{25}\text{ h}+5\text{ min}=41\text{ min}$ ………………………………………. 1t
- Odg.: Smrklja je prva prikolesarila domov. ………………………………….. 1t

b) Smrklja je bila za 4 minute hitrejša od Kenguruja. ………………………………... 1t

5t

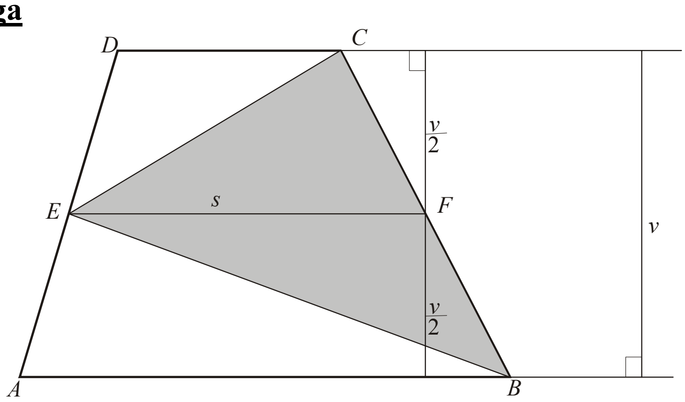
4.naloga

$$\frac{x+9}{x+4}=\frac{x+4}{x+4}+\frac{5}{x+4}$$

- $\frac{x+9}{x+4}=1+\frac{5}{x+4}$ ………………………………………………………………… 1t
- Ulomek $\frac{5}{x+4}$ mora biti celo število; imenovalec (x+4) je 1 ali –1 ali 5 ali –5. …… 1t
- $\left.\begin{array}{ll} x+4=1, & x=-3 \\ x+4=-1, & x=-5 \end{array}\right\}$ ………………………………………………………………… 1t
- $\left.\begin{array}{ll} x+4=5, & x=1 \\ x+4=-5, & x=-9 \end{array}\right\}$ ……………………………………………………………….. 1t
- Odg.: Ulomek $\frac{x+9}{x+4}$ je celo število, če je $x\in\{1,-3,-5,-9\}$ ……..…………….. 1t

5t

5. naloga



- Ploščina trikotnika ΔBCE:
  $p_{BCE}=p_{EFC}+p_{BFE}$ ……… 1t
- $p_{EFC}=\frac{1}{2}\cdot s\cdot\frac{v}{2}$ …………… 1t
- $p_{BFE}=\frac{1}{2}\cdot s\cdot\frac{v}{2}$ …………… 1t
- $p_{BCE}=\frac{s\cdot v}{2}$ ……………… 1t
- $p_{BCE}=\frac{1}{2}\,p_{ABCD}$ ………….. 1t

5t

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

Jadranska 19
1000 Ljubljana

Zavod RS za šolstvo

Poljanska 28
1000 Ljubljana

38. TEKMOVANJE ZA ZLATO VEGOVO PRIZNANJE

8. razred

20. april 2002

Navodila za šifriranje:
Na mizi imaš prijavni list, tekmovalno polo formata A3 in pritožni list. Nadzorni učitelj ti bo ponudil komplet treh šifer. Eno nalepi na prijavni list, kjer preveri svoje podatke in ga podpiši, drugo na tekmovalno polo, tretjo pa na pritožni list.

List z nalogami in pritožni list po tekmovanju odnesi s seboj. V primeru ugovora na vrednotenje izdelka uporabi pritožni list.

Čas za reševanje je 120 minut.

Izdelek piši s črnilom čitljivo in pregledno na tekmovalno polo, priloženi papir pa služi za razmišljanje.

DRŽAVNA TEKMOVALNA KOMISIJA TI ŽELI VELIKO USPEHA .

Dosežki bodo najhitreje (27.4.) vidni na internet naslovu http://www.dmfa.si, naloge in rešitve pa že danes.

1. naloga

Reši enačbo:

$$10101\cdot\left(\frac{5}{111111}-\frac{4}{3\cdot 7\cdot 11\cdot 13\cdot 37}+\frac{5}{2002\cdot x}\right)=\frac{7}{22}$$

2. naloga

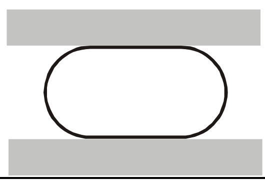
Trgovec je dobil pošiljko, v kateri je bilo 480 kozarcev več majoneze kot kozarcev gorčice. Potem ko je prodal 80 % kozarcev majoneze in četrtino kozarcev gorčice, je ugotovil, da ima sedaj 300 kozarcev več gorčice kot majoneze.

Koliko kozarcev majoneze in koliko kozarcev gorčice je bilo v pošiljki?

3. naloga

Tone je na mizi iz najlonske vrvi oblikoval krožnico s polmerom 10 cm. Nato jo je z dveh strani stiskal z vzporednima zidakoma (glej sliko!), dokler razdalja med njima ni bila 10 cm.

Izračunaj ploščino lika, ki ga omejuje stisnjena vrv.



4. naloga

V tristrano prizmo, katere osnovna ploskev je enakokrak pravokotni trikotnik, lahko včrtamo kroglo (dotika se vseh mejnih ploskev prizme) s premerom 2 cm.

Izračunaj prostornino prizme.

5. naloga

Dan je trapez $ABCD\left(\overline{AB}>\overline{CD}\right)$. Nariši premico p, ki poteka skozi eno oglišče (npr.: D) in trapez razdeli na dva ploščinsko enaka dela. Opiši in utemelji potek načrtovanja.

1. naloga

- $\left.\begin{array}{l} 10101 = 3\cdot 7\cdot 13\cdot 37 \\ 111111 = 3\cdot 7\cdot 11\cdot 13\cdot 37 \\ 2002 = 2\cdot 7\cdot 11\cdot 13 \end{array}\right\}$ ………………………………………………………….. 1t
- $3\cdot 7\cdot 13\cdot 37\cdot\left(\dfrac{1}{3\cdot 7\cdot 11\cdot 13\cdot 37}+\dfrac{5}{2\cdot 7\cdot 11\cdot 13x}\right)=\dfrac{7}{22}$ ……………………………………… 1t
- $\dfrac{1}{11}+\dfrac{5\cdot 3\cdot 37}{22x}=\dfrac{7}{22}$ ……………………………………………………………………….. 1t
- $\dfrac{5\cdot 3\cdot 37}{22x}=\dfrac{5}{22}$ ……………………………………………………………………………… 1t
- $x = 3\cdot 37$
  $x = 111$ ……………………………………………………………………………….. 1t

5t

2. naloga

Npr.: Označimo z x število kozarcev gorčice.
Število kozarcev gorčice: x
Število kozarcev majoneze: $x + 480$

- Ko je prodal četrtino kozarcev gorčice, mu je ostalo $\dfrac{3x}{4}$ kozarcev. ……………….. 1t
- Ko je prodal 80 % kozarcev majoneze, mu je ostalo $\dfrac{x+480}{5}$ kozarcev. ………….. 1t
- Enačba: $\dfrac{3x}{4}=\dfrac{x+480}{5}+300$ ……………………………………………………... 1t
- Rešitev: $x = 720$ ……………………………………………………………….. 1t
- Odg.: V pošiljki je bilo 720 kozarcev gorčice in 1200 kozarcev majoneze. ……… 1t

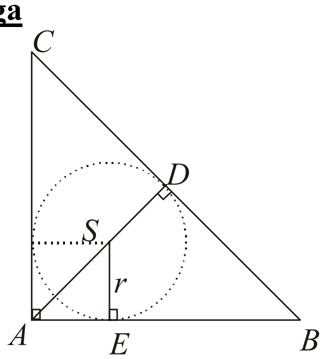
5t

3. naloga

- Obseg lika je enak obsegu krožnice: $o = 20\pi$ cm ………………………………… 1t
- Lik je sestavljen iz dveh polkrogov s polmerom 5 cm in pravokotnika s stranicama 10 cm in 5π cm ($20\pi\text{ cm} - 10\pi\text{ cm} = 10\pi\text{ cm}$, $10\pi\text{ cm} : 2 = 5\pi\text{ cm}$). ……………. 1t
- Ploščina lika:
  - ploščina kroga s polmerom 5 cm: $p_{\circ} = 25\pi\text{ cm}^2$ …………………………….. 1t
  - ploščina pravokotnika s stranicama 10 cm in 5π cm: $p_p = 50\pi\text{ cm}^2$ ………… 1t
  - ploščina lika je $75\pi\text{ cm}^2$ ($235{,}50\text{ cm}^2$) ……………………………………... 1t

5t

4. naloga

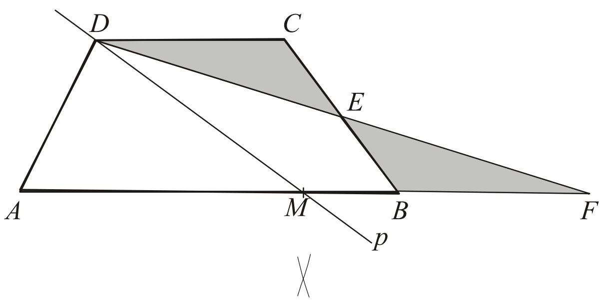


Prizma:

- $v = 2r \quad (v = 2\text{ cm})$ 1t
- $\overline{AS} = r\sqrt{2}, \quad \overline{AD} = r + r\sqrt{2}$ 1t
- $\overline{BD} = \overline{AD} = \overline{CD} = r(1+\sqrt{2}) \quad (\approx 2{,}41\text{ cm})$
- Osnovna ploskev:
  $O = r^2\left(1+\sqrt{2}\right)^2 \quad (\approx 5{,}82\text{ cm}^2)$ 1t
- Prostornina prizme:
  $V = r^2\left(1+\sqrt{2}\right)^2 \cdot 2r$
  $V = 2r^3\left(3+2\sqrt{2}\right)$ 1t
  za $r = 1$ cm dobimo:
  $V = 2\left(3+2\sqrt{2}\right)\text{ cm}^3 \quad (\approx 11{,}64\text{ cm}^3)$ 1t

5t

5. naloga



- Narišemo središče kraka *BC* in ga označimo z *E*. 1t
- Trikotnik *CDE* prezrcalimo preko *E* v trikotnik *BFE*. 1t
- Trikotnik *AFD* je ploščinsko enak trapezu *ABCD*. 1t
- Narišemo središče stranice *AF* in ga označimo z *M*.
- Ker imata trikotnika *AMD* in *MFD* enaki osnovnici ($\overline{AM} = \overline{MF} = s$) in enaki višini, je ploščina trikotnika *AMD* enaka polovici ploščine trapeza *ABCD*. 1t
- Premica *p*, ki gre skozi točki *D* in *M* razdeli trapez *ABCD* na dva ploščinsko enaka dela, na trikotnik *AMD* in trapez *MBCD*. 1t

5t