Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Navodila za izvedbo tekmovanja

Tekmovanje se prične v **četrtek, 21. marca 2013, ob 13.00 uri**. Dijaki lahko rešujejo naloge **90 minut**. Zaradi možnosti hitre komunikacije med tekmovalci po zaključku tekmovanja (e-pošta, mobilni telefoni) lahko pričetek tekmovanja premaknete največ za pol ure (nazaj na 12.30 ali naprej na 13.30).

Izvedba tekmovanja pred dopustnim začetkom reševanja nalog pomeni kršenje tajnosti tekmovalnih nalog in se lahko kaznuje z diskvalifikacijo šole z vseh stopenj tekmovanja iz matematike v tem šolskem letu.

Ker je tekmovanje mednarodno, tekmovalci po tekmovanju NE SMEJO odnesti nalog s seboj, prav tako morajo ostati v tajnosti šolske tekmovalne komisije tudi neizkoriščene tekmovalne pole. Tekmovalcem lahko vrnete njihove izdelke šele 1 mesec po tekmovanju, do takrat pa so na voljo na šoli tekmovalcem le v vpogled.

Na nekaterih šolah nadzorni učitelj v razredu ne nadzira tistih učencev, ki jih poučuje. Če razmere na vaši šoli to možnost dopuščajo, lahko izvedete nadzor na tak način.

Da ne bi tekmovalci reševali nalog z merjenjem, so **nekatere slike namerno narisane kot nenatančne skice**.

Zahvaljujemo se vam, ker se vključujete v tekmovanje in vas lepo pozdravljamo.

Člani komisije za tekmovanje
Mednarodni matematični kenguru

Mednarodni matematični kenguru
21. marec 2013

1. in 2. letnik SŠ

Ime in priimek ______________________

Razred ________ Mentor ______________________

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

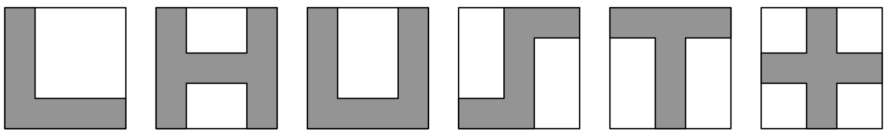
Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtino točk, kot je naloga vredna. Če pa pustiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk.

Naloge, vredne 3 točke

1. S katerim izmed naštetih števil ni deljiva razlika števil 200013 in 2013?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 5 (**D**) 7 (**E**) 11

2. Monika je narisala 6 enakih kvadratov in nato del vsakega izmed kvadratov osenčila (glej sliko).



Koliko izmed narisanih osenčenih območij ima enak obseg, kot je obseg enega kvadrata?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

3. Gospa Mlakar je prišla k prodajalcu sladoleda, ki je imel tisti dan akcijsko prodajo (glej sliko), po sladoled, in sicer za vsakega izmed 4 članov družine po 4 kepice sladoleda. Koliko evrov je za kepice sladoleda plačala gospa Mlakar?

Akcija
1 kepica 20 centov
vsaka šesta kepica zastonj

(**A**) 0.80 (**B**) 1.20 (**C**) 2.80 (**D**) 3.20 (**E**) 80

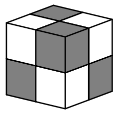
4. Zmnožek 3 izmed števil 2, 4, 16, 25, 50 in 125 je enak 1000. Koliko je vsota teh 3 števil?

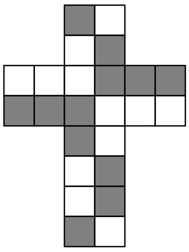
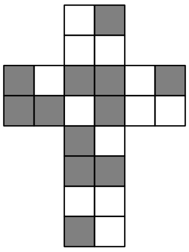
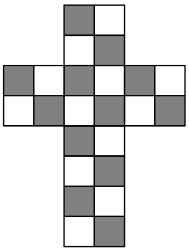
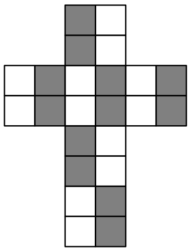
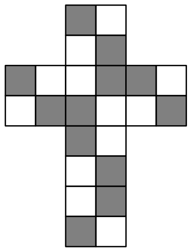
(**A**) 70 (**B**) 77 (**C**) 131 (**D**) 143 (**E**) 145

5. Koliko je vrednost izraza $4^{15} + 8^{10}$?

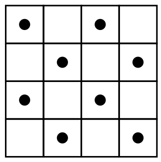
(**A**) 2^{15} (**B**) 2^{20} (**C**) 2^{30} (**D**) 2^{31} (**E**) 2^{60}

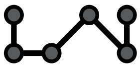
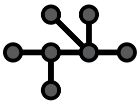
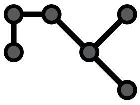
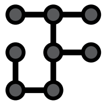
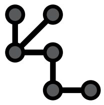
6. Klemen je pobarval kocko tako, da se je zdelo, da je sestavljena iz 8 manjših belih in sivih kock (glej sliko). Katera izmed spodnjih mrež je lahko mreža kocke, ki jo je pobarval Klemen?



(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

7. S katerim izmed naštetih kosov lahko Ela pokrije največje število pik v preglednici?



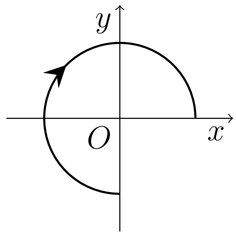
(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

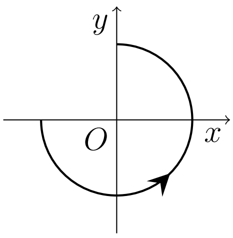
8. Število n je največje naravno število, za katero je $4n$ trimestno število, število m pa je najmanjše naravno število, za katero je $4m$ trimestno število. Koliko je vrednost izraza $4n-4m$?

(**A**) 224 (**B**) 225 (**C**) 896 (**D**) 899 (**E**) 900

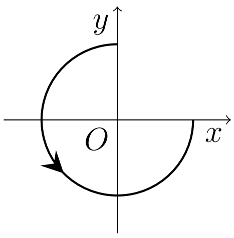
Naloge, vredne 4 točke

9. Iza je narisala $\frac{3}{4}$ krožnice s središčem v točki O, na krožni lok je narisala tudi puščico (glej sliko). Najprej je $\frac{3}{4}$ krožnice z označeno puščico zavrtela okrog točke O za $90°$ v obratni smeri gibanja urnih kazalcev, nato pa dobljeno še prezrcalila čez os x. Kaj je Iza dobila na koncu?

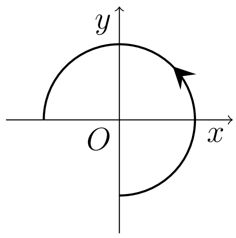




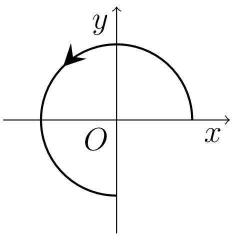
(**A**)



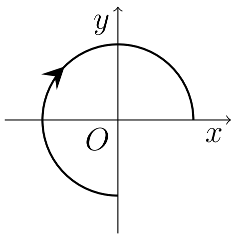
(**B**)



(**C**)

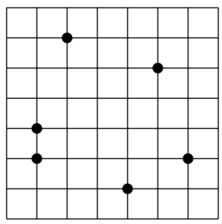


(**D**)



(**E**)

10. Na kvadratni mreži velikosti 7 cm × 7 cm, je označenih 6 točk (glej sliko). Najmanj koliko kvadratnih centimetrov je lahko ploščina trikotnika, ki ima za oglišča 3 izmed 6 označenih točk?



(**A**) $\frac{1}{4}$ (**B**) $\frac{1}{3}$ (**C**) $\frac{1}{2}$ (**D**) 1 (**E**) 2

11. Katarina bi rada poiskala šestmestno število, katerega vsota števk je soda, zmnožek števk pa lih. Katera izmed naslednjih trditev o takem številu je pravilna?

(**A**) Tako število ima bodisi 2 bodisi 4 števke sode.

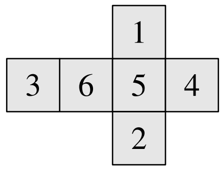
(**B**) Tako število ne obstaja.

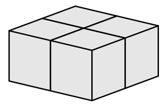
(**C**) Tako število ima liho število lihih števk.

(**D**) Tako število ima lahko vseh 6 števk različnih.

(**E**) Nobena izmed trditev od (**A**) do (**D**) ni pravilna.

12. Zoja je iz 4 enakih mrež oblikovala 4 enake kocke velikosti 1 cm × 1 cm × 1 cm s številkami na mejnih ploskvah (glej levo sliko). Nato je s temi kockami oblikovala figuro velikosti 2 cm × 2 cm × 1 cm, tako da je zlepila kocke med sabo (glej desno sliko). Zoja je zlepila tisti dve mejni ploskvi, na katerih je bilo zapisano isto število. Največ koliko je lahko vsota števil na površini figure, ki jo je oblikovala Zoja?



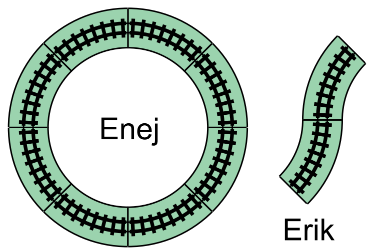


(**A**) 66 (**B**) 68 (**C**) 72 (**D**) 74 (**E**) 76

13. Klara je na list papirja napisala trimestno število. Klemen je od Klarinega števila odštel 297 in dobil trimestno število, ki je imelo enake števke kot Klarino število, a zapisane v obratnem vrstnem redu. Koliko je vseh takih trimestnih števil, ki imajo enako lastnost kot Klarino število?

(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 10 (**D**) 60 (**E**) 70

14. Enej in Erik sta se igrala z modelom železnice. Na voljo sta imela veliko enakih tirov. Enej je z 8 tiri sestavil krožno železnico, Erik pa je najprej postavil 2 tira (glej sliko), nato pa nadaljeval s postavljanjem tirov toliko časa, da je bila tudi njegova železnica sklenjena. Najmanj koliko tirov je skupaj potreboval Erik?

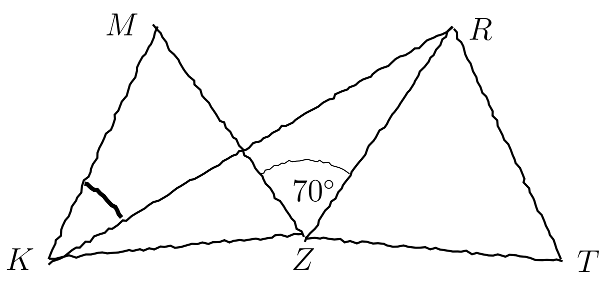


(**A**) 11 (**B**) 12 (**C**) 14 (**D**) 15 (**E**) 16

15. Kateri izmed naslednjih izrazov ima največjo vrednost?

(**A**) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{13}$ (**B**) $\sqrt{20} \cdot 13$ (**C**) $20 \cdot \sqrt{13}$ (**D**) $\sqrt{201} \cdot 3$ (**E**) $\sqrt{2013}$

16. Trikotnik RZT dobimo, če enakostranični trikotnik KZM zavrtimo okrog točke Z za $130°$ v smeri gibanja urnih kazalcev (glej skico). Koliko stopinj meri kot RKM?



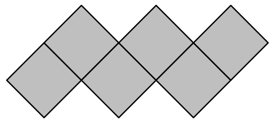
(**A**) 20 (**B**) 25 (**C**) 30 (**D**) 35 (**E**) 40

Naloge, vredne 5 točk

17. 40 fantov in 28 deklet se je postavilo v krog, tako da so se prijeli za roke in so vsi gledali v sredino. V krogu je 18 fantov s svojo desno roko držalo roko dekleta. Koliko fantov je s svojo levo roko držalo roko dekleta?

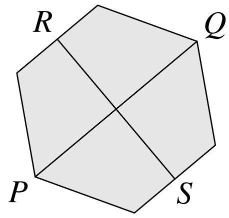
(**A**) 9 (**B**) 14 (**C**) 18 (**D**) 20 (**E**) 28

18. Tina je narisala žagasto figuro, sestavljeno iz 6 kvadratov velikosti 1 cm × 1 cm (glej sliko). Obseg žagaste figure je 14 cm. Koliko centimetrov bi bil obseg žagaste figure, sestavljene iz 2013 kvadratov?



(**A**) 2022 (**B**) 4028 (**C**) 4032 (**D**) 6038 (**E**) 8050

19. Točki P in Q sta nasprotni oglišči pravilnega šestkotnika, točki R in S pa razpolovišči nasprotnih stranic (glej sliko). Ploščina pravilnega šestkotnika je 60 cm^2. Koliko kvadratnih centimetrov je vrednost zmnožka dolžin daljic PQ in RS?

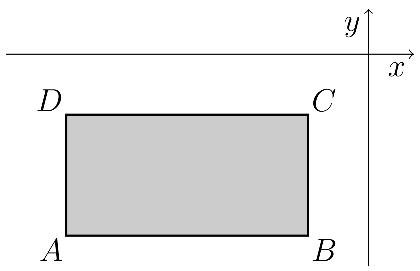


(**A**) 40 (**B**) 50 (**C**) 60 (**D**) 80 (**E**) 100

20. V nekem razredu so pisali preizkus znanja. Če bi vsak izmed fantov v tem razredu na preizkusu znanja dosegel 3 točke več, bi bila aritmetična sredina doseženih točk vseh dijakov tega razreda za 1.2 točke večja. Koliko odstotkov dijakov tega razreda je deklet?

(**A**) 20 (**B**) 30 (**C**) 40 (**D**) 50 (**E**) 60

21. Pravokotnik $ABCD$, katerega stranice so vzporedne s koordinatnima osema, leži pod osjo x in levo od osi y (glej sliko). Za vsako izmed oglišč pravokotnika A, B, C in D izračunamo količnik med njegovo koordinato y in njegovo koordinato x. Za katero izmed oglišč ima količnik najmanjšo vrednost?

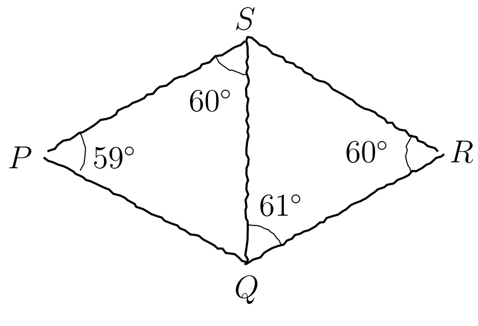


(**A**) A (**B**) B (**C**) C (**D**) D
(**E**) Nemogoče je določiti.

22. Janez in njegov sin sta se rodila v istem stoletju. Janez je leta 2013, ko je imel rojstni dan, zmnožil svojo in sinovo starost in dobil vrednost 2013. Katerega leta se je rodil Janez?

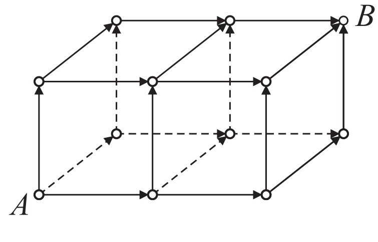
(**A**) 1952 (**B**) 1953 (**C**) 1981 (**D**) 1982
(**E**) Nemogoče je določiti.

23. Kot QPS trikotnika PQS je velik 59°, kot PSQ pa 60°. Velikosti kotov RQS in SRQ trikotnika QRS sta zaporedoma 61° in 60° (glej skico). Katera izmed naslednjih daljic je najdaljša?



(**A**) PS (**B**) RS
(**C**) QS (**D**) QR
(**E**) PQ

24. Koliko je vseh možnih poti od točke A do točke B, če se lahko premikamo samo po označenih poteh v smeri puščic (glej sliko)?



(**A**) 6 (**B**) 8 (**C**) 9 (**D**) 12 (**E**) 15

Mednarodni matematični kenguru
21. marec 2013

3. in 4. letnik SŠ

Ime in priimek ______________________

Razred __________ Mentor ______________________

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

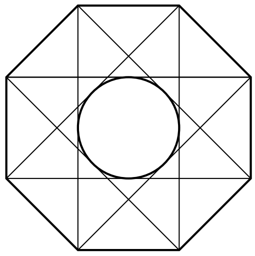
Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtino točk, kot je naloga vredna. Če pa pustiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk.

Naloge, vredne 3 točke

1. Vrednost katerega izmed naslednjih izrazov je največja?

(**A**) $201 \cdot 3$ (**B**) 2^{0+13} (**C**) 20^{13} (**D**) 201^3 (**E**) $20 \cdot 13$

2. Osem diagonal pravilnega osemkotnika, katerega stranica je dolga 10 cm, omejuje nov pravilni osemkotnik, v katerega je včrtana krožnica (glej sliko). Koliko centimetrov meri polmer te krožnice?



(**A**) 2 (**B**) 2.5 (**C**) 5 (**D**) 7.5 (**E**) 10

3. Koliko robov ima prizma, ki ima 2013 mejnih ploskev?

(**A**) 2011 (**B**) 2013 (**C**) 4022 (**D**) 4024 (**E**) 6033

4. Koliko je kubični koren števila 3^{3^3}?

(**A**) 3^3 (**B**) 3^{3^3-1} (**C**) 3^{2^3} (**D**) 3^{3^2} (**E**) $(\sqrt{3})^3$

5. Peter in Petra sta stala na nasprotnih straneh okrogle cvetlične gredice v parku. Nato sta hkrati začela teči okrog gredice v smeri gibanja urnih kazalcev. Petrova hitrost je $\frac{9}{8}$ Petrine hitrosti. Koliko krogov je pretekla Petra, preden jo je Peter prvič dohitel?

(**A**) 2 (**B**) 4 (**C**) 8 (**D**) 9 (**E**) 72

6. Na ladji je bilo 5 družin. Kapitan ladje je izračunal, koliko je aritmetična sredina števila otrok v družini na ladji. Katerega izmed naslednjih števil kapitan ladje ni mogel dobiti?

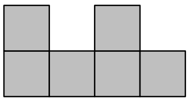
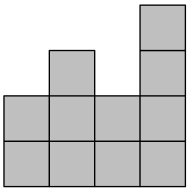
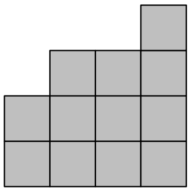
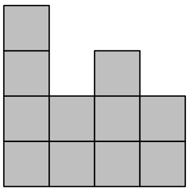
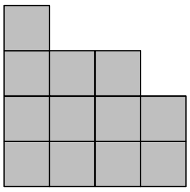
(**A**) 0.2 (**B**) 1.2 (**C**) 2.2 (**D**) 2.4 (**E**) 2.5

7. Lara je zgradila figuro z enako velikimi kockami. Nato je figuro pogledala od zgoraj in na list papirja napisala, koliko kock je v vsakem stolpcu (glej sliko). Kako bi bila videti Larina figura, če bi jo pogledala od zadaj?

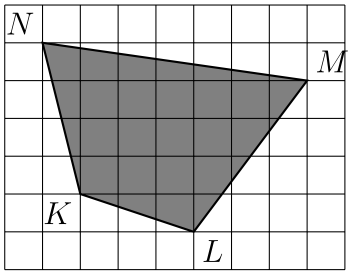
ZADAJ

4	2	3	2
3	3	1	2
2	1	3	1
1	2	1	2

SPREDAJ

(**A**) 
(**B**) 
(**C**) 
(**D**) 
(**E**) 

8. Na mreži s kvadratki velikosti 2 cm $\times$ 2 cm je narisan štirikotnik $KLMN$ (glej sliko). Koliko kvadratnih centimetrov je ploščina štirikotnika $KLMN$?



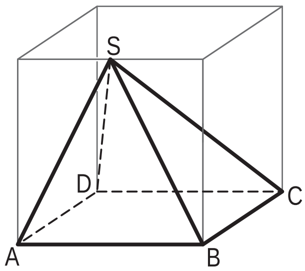
(**A**) 76 (**B**) 84 (**C**) 88 (**D**) 96 (**E**) 104

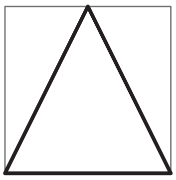
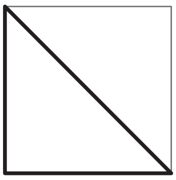
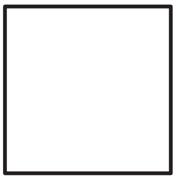
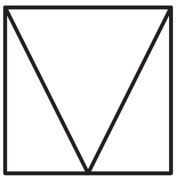
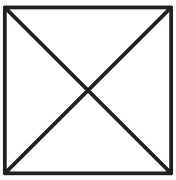
Naloge, vredne 4 točke

9. Primož in Roman sta tekla na maratonu. Za Primožem je bilo dvakrat toliko tekačev, kot jih je bilo pred Romanom. Za Romanom je bilo 1.5-krat toliko tekačev, kot jih je bilo pred Primožem. Primož je dosegel 21. mesto. Koliko tekačev je teklo na maratonu, če nobena 2 tekača nista delila mesta?

(**A**) 31 (**B**) 41 (**C**) 51 (**D**) 61 (**E**) 81

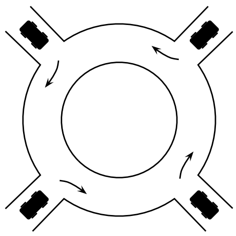
10. V stekleni kocki je lesena piramida $ABCDS$ z osnovno ploskvijo $ABCD$ in vrhom S, ki leži na razpolovišču roba kocke (glej sliko). Saša je fotografirala piramido od zgoraj, od spodaj, od zadaj, od spredaj, z leve in z desne in nato 4 izmed slik položila na mizo. Katera izmed spodnjih slik ni Sašina?



(**A**) 
(**B**) 
(**C**) 
(**D**) 
(**E**) 

11. Ko se je določena trdna snov stalila, se je njena prostornina povečala za $\frac{1}{12}$. Za koliko se bo zmanjšala prostornina staljene snovi, ko se bo ponovno strdila?

(**A**) $\frac{1}{10}$ (**B**) $\frac{1}{11}$ (**C**) $\frac{1}{12}$ (**D**) $\frac{1}{13}$ (**E**) $\frac{1}{14}$



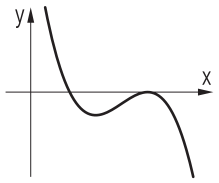
12. V krožišče so, vsako z druge ceste, sočasno zapeljala 4 vozila (glej sliko). Nobeno izmed vozil ni prevozilo celotnega kroga, nobeni 2 vozili nista zapustili krožišča po isti cesti. Na koliko načinov bi lahko 4 vozila zapustila krožišče?

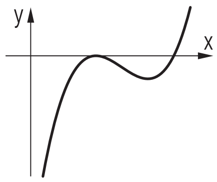
(**A**) 9 (**B**) 12 (**C**) 15 (**D**) 24 (**E**) 81

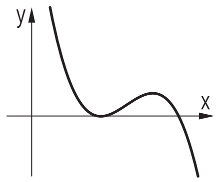
13. Koliko je takih naravnih števil n, za katera sta tako $\frac{n}{3}$ kot tudi $3n$ trimestni naravni števili?

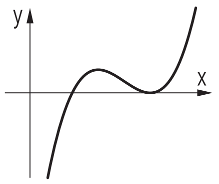
(**A**) 12 (**B**) 33 (**C**) 34 (**D**) 100 (**E**) 300

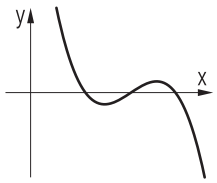
14. Naj bo $b > a > 0$ in naj bo funkcija f podana s predpisom $f(x) = (a - x)(b - x)^2$. Na kateri izmed spodnjih slik je narisan graf funkcije f?

(**A**)


(**B**)


(**C**)


(**D**)


(**E**)


15. Zaporedje števil se začne s temi 5 členi: $1, -1, -1, 1, -1$. Od 5. člena dalje je vsak naslednji člen zaporedja enak zmnožku predhodnih 2 členov. Na primer, 6. člen zaporedja je enak zmnožku 4. in 5. člena zaporedja. Koliko je vsota prvih 2013 členov zaporedja?

(**A**) -1006 (**B**) -671 (**C**) 0 (**D**) 671 (**E**) 1007

16. Neža je eno za drugo spekla 6 borovničevih pit in jih po vrsti označila s števili od 1 do 6. Pito, ki jo je spekla najprej, je označila z 1 in tako dalje do pite, ki jo je spekla zadnjo in jo je označila s 6. Medtem, ko je pekla pite, so vsake toliko časa v kuhinjo prišli otroci in pojedli najbolj vročo pito. Katero izmed spodnjih števil ne more označevati vrstnega reda, v katerem so bile pojedene borovničeve pite?

(**A**) 123456 (**B**) 125436 (**C**) 325461 (**D**) 456231 (**E**) 654321

Naloge, vredne 5 točk

17. Število 2013 ima lastnost, da je sestavljeno iz 4 zaporednih števk 0, 1, 2 in 3. Koliko let je minilo od leta, ki je bilo pred letom 2013 zadnjič zapisano s številom, sestavljenim iz 4 zaporednih števk?

(**A**) 467 (**B**) 527 (**C**) 581 (**D**) 693 (**E**) 990

18. Naj za realno število x velja, da je $2 < x < 3$. Koliko izmed naslednjih 4 trditev:

$$4 < x^2 < 9, \qquad 4 < 2x < 9, \qquad 6 < 3x < 9, \qquad 0 < x^2 - 2x < 3,$$

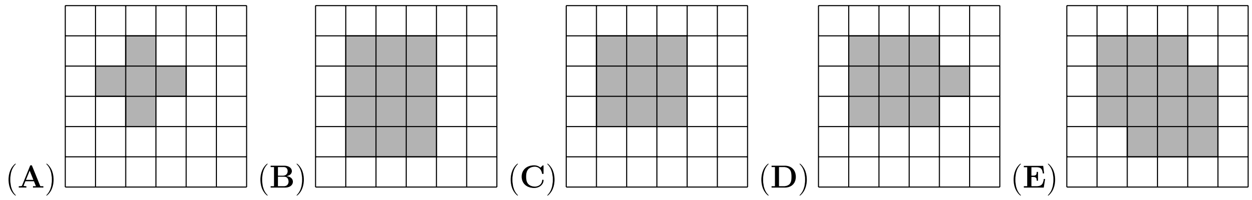
je pravilnih?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4

19. Superjunaki Človek pajek, Človek netopir, Človek krt, Človek vidra, Človek glista in Človek čmrlj so skupaj ujeli 20 zločincev. Človek pajek je ujel 1 zločinca, Človek netopir 2 zločinca in Človek krt 3 zločince. Človek čmrlj je ujel več zločincev kot katerikoli izmed preostalih 5 superjunakov. Najmanj koliko zločincev je ujel Človek čmrlj?

(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 6 (**E**) 7

20. Tinkara je v svoji sobi na tla, prekrita s kvadratnimi ploščicami, položila okroglo preprogo. Vse ploščice, ki so imele več kot 1 stično točko s preprogo, je označila s sivo barvo in nato preprogo umaknila. Na kateri izmed spodnjih slik ne morejo biti predstavljena tla Tinkarine sobe?



21. Za funkcijo f, ki slika iz množice naravnih števil v množico naravnih števil, velja trditev: "Za vsako sodo število x je vrednost funkcije $f(x)$ soda." Kaj je negacija te trditve?

(**A**) Za vsako sodo število x je vrednost funkcije $f(x)$ liha.
(**B**) Za vsako liho število x je vrednost funkcije $f(x)$ soda.
(**C**) Za vsako liho število x je vrednost funkcije $f(x)$ liha.
(**D**) Obstaja sodo število x, za katero je vrednost funkcije $f(x)$ liha.
(**E**) Obstaja liho število x, z katero je vrednost funkcije $f(x)$ liha.

22. Jure je narisal pravokotnik z naslednjo lastnostjo: dolžina ene izmed stranic pravokotnika je 5 cm, pravokotnik se da razdeliti na kvadrat in pravokotnik, pri čemer je ploščina 1 izmed 2 delov enaka 4 cm^2. Koliko pravokotnikov s tako lastnostjo obstaja?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

23. Vrtnar Pavle mora v parku v ravno vrsto posaditi 20 dreves, nekaj platan in nekaj brez. Število dreves med katerimakoli platanama ne sme biti enako 3. Največ koliko platan lahko posadi vrtnar Pavle?

(**A**) 8 (**B**) 10 (**C**) 12 (**D**) 14 (**E**) 16

24. Martin bi rad s 4 belimi in 4 črnimi kockami velikosti 1 cm × 1 cm × 1 cm oblikoval različne kocke velikosti 2 cm × 2 cm × 2 cm. Kocki nista različni, če lahko eno kocko dobimo z vrtenjem druge kocke. Največ koliko različnih kock lahko oblikuje Martin?

(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 8 (**D**) 9 (**E**) 16