

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

Naloge za 1. letnik

Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

| | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 |
| | | | | | |

| | | | |
|----|----|----|----|
| B1 | B2 | B3 | B4 |
| | | | |

A1. Koliko je vrednost izraza $8 - |8 - (-4)(-2)| + |24 : (-6)|$?

- (A) 4 (B) -4 (C) 12 (D) -12 (E) 8

A2. Iz enega in pol kosa kruha lahko naredimo polovico lončka drobtin. Koliko kosov kruha moramo zmleti, če potrebujemo $\frac{1}{3}$ lončka drobtin?

- (A) en kos kruha (B) pol kosa kruha (C) $\frac{1}{3}$ kosa kruha
(D) 60 % kosa kruha (E) $\frac{2}{5}$ kosa kruha

A3. Na razprodaji so cene športne opreme znižali za petino redne cene. Koliko stanejo smučarska očala na razprodaji, če so pred razprodajo stala 3,75 evra?

- (A) 2,50 evra (B) 3 evre (C) 3,20 evra (D) 3,75 evra (E) 3,70 evra

A4. V kakšnem razmerju sta števili x in y , če je $(x + y) : 2y = 4 : 3$?

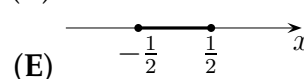
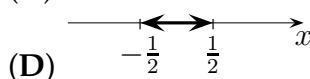
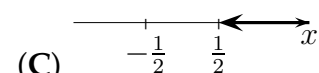
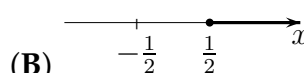
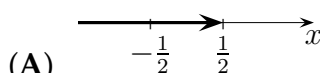
- (A) $x : y = 5 : 3$ (B) $x : y = 3 : 5$ (C) $x : y = 1 : 3$
(D) $x : y = 5 : 2$ (E) $x : y = 8 : 6$

A5. Katero naravno število x reši enačbo $\frac{a+x}{b} - \frac{x-b}{a} = 2$ za $a = 3$ in $b = -4$?

- (A) tak x ne obstaja (B) $x = -4$ (C) $x = -7$
(D) $x = 3$ (E) vsako naravno število x

A6. Katera izmed slik predstavlja interval na številski premici, ki je rešitev neenačbe

$$-\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} < x?$$



B1. Dan je izraz $(x - 2)^2 - (x - 3)(x + 3) + 2x^2$.

a) Poenostavi izraz.

b) Izračunaj, za katere vrednosti x je vrednost danega izraza manjša od vrednosti izraza $2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$.

(6 točk)

B2. Poenostavi izraz $\left(1 + \frac{4}{a-2}\right) : \left(1 - \frac{1}{a+3}\right)^{-1} \cdot (a + 3)$.

(6 točk)

B3. Srednješolka Maja se je odločila, da bo vsak mesec nekaj privarčevala od štipendije. Naredila je naslednji mesečni načrt: 20 % od štipendije bo privarčevala, 50 % od preostanka bo porabila za avtobusno karto, 40 evrov bo porabila za malico in 50 evrov bo porabila za zabavo s prijateljicami. Kolikšno mesečno štipendijo ima Maja in koliko bo privarčevala vsak mesec?

(7 točk)

B4. Na kamion so naložili 3840 kg opeke dveh vrst. Ena vrsta opeke tehta 4,75 kg, druga pa 1,70 kg. Koliko kosov posamezne vrste opeke so naložili na kamion, če je na njem bilo skupaj 1046 kosov opeke?

(7 točk)

Prostor za reševanje nalog sklopa B.

Naloge za 2. letnik

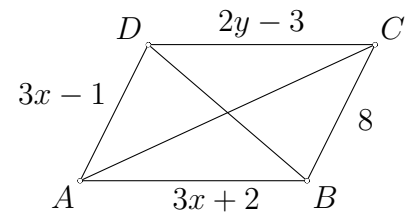
Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

| | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 |
| | | | | | |

| | | | |
|----|----|----|----|
| B1 | B2 | B3 | B4 |
| | | | |

A1. Dan je paralelogram $ABCD$ (dolžine stranic so označene na sliki). Koliko sta x in y ?

- (A) $x = 3,5$ in $y = 5,5$ (B) $x = 3$ in $y = 7$
 (C) $x = 2$ in $y = 1$ (D) $x = 1$ in $y = 5$
 (E) $x = 2$ in $y = 3$



A2. Katera izmed navedenih trditev velja za premice z enačbami $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-\frac{1}{2}} = 1$, $2x - 4y = -10$ in $y = -\frac{1}{8}x$?

- (A) Premice so vzporedne.
 (B) Premice potekajo skozi izhodišče koordinatnega sistema.
 (C) Premice potekajo skozi isto točko.
 (D) Enačbe premic so vse zapisane v implicitni obliki.
 (E) Enačbe premic so vse zapisane v eksplicitni obliki.

A3. Bazen, v katerem je 5000 ℓ vode, pušča in zato vsako sekundo iz njega izteče 8 ℓ vode. Lastnik zato vanj vsako minuto dotoči 180 ℓ vode. Čez koliko časa bo bazen prazen?

- (A) čez 16 minut in 24 sekund (B) čez 16 minut in 4 sekunde (C) čez 16 minut in 40 sekund
 (D) čez 16 minut in 14 sekund (E) Bazen ne bo nikoli prazen.

A4. Naj bo $x \neq 0$. V katerega izmed navedenih izrazov lahko preoblikujemo izraz $\frac{2x}{\sqrt[3]{4x}}$?

- (A) $\frac{x^2}{2}$ (B) $2x^2$ (C) $\sqrt[3]{2x^2}$ (D) $\frac{\sqrt[3]{16x^2}}{2x}$ (E) $\frac{\sqrt[3]{16x^2}}{x}$

A5. Koliko je vrednost izraza $(\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}})^{2000}$?

- (A) $2^{2000} \cdot \sqrt{2}$ (B) 2^{3000} (C) 2^{4000} (D) $(\sqrt{2})^{3000}$ (E) $(\sqrt{2})^{6400}$

A6. Dani sta točki $A(7, -2)$ in $B(-1, -8)$. Koliko je razdalja od razpolovišča daljice AB do izhodišča koordinatnega sistema?

- (A) $\sqrt{18}$ (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) $\sqrt{34}$

B1. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = \frac{3-x}{2} + \frac{1}{2}$.

a) Ali je funkcija f naraščajoča ali padajoča? Odgovor utemelji.

b) Za katere vrednosti x je $0 \leq f(x) \leq 3$?

(6 točk)

B2. Izračunaj vrednost izraza $\left(6\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 0,008^{-\frac{2}{3}} + \sqrt{9\frac{3}{2}} - 2$ brez uporabe žepnega računalca.

(6 točk)

B3. Naj bo x celo število. Izračunaj natančno vrednost izraza

$$\frac{2^{2001} + 2^{2002} + (-2)^{2003} - (-2)^{2004}}{(-3)^{2001} - (-3)^{2003}} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2000} \cdot \frac{(-4)^{1000x+2}}{(-2)^{2000x}}.$$

(7 točk)

B4. Trikotnik ABC je pravokoten s pravim kotom pri oglišču C . Točka T leži na stranici BC , tako da velja $|CT| : |CB| = 2 : 3$. Natančno izračunaj dolžino daljice AT , če je $|CT| = 2$ in $|AB| = 5$. Na desetinko stopinje natančno izračunaj še velikost kota med daljicama AB in AT . Nariši skico.

(7 točk)

Prostor za reševanje nalog sklopa B.

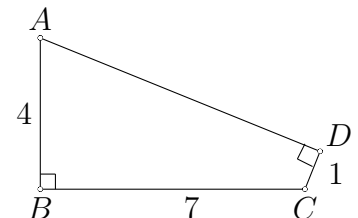
Naloge za 3. letnik

Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

| | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 |
| | | | | | |

| | | | |
|----|----|----|----|
| B1 | B2 | B3 | B4 |
| | | | |

- A1.** Kvadratna funkcija ima teme v točki $T\left(-1, \frac{5}{2}\right)$ in eno ničlo 2. Koliko je druga ničla?
 (A) 5 (B) 4 (C) -2 (D) -3 (E) -4
- A2.** Naj bo $f(x) = 15x - x^2$. Katero je največje celo število, pri katerem je funkcija f pozitivna?
 (A) 14 (B) 7,5 (C) 15
 (D) 0 (E) ni takšnega celega števila
- A3.** Naj bo $f(x) = 2^{x-1} + \frac{3}{2}$. V kateri točki seka graf funkcije f ordnatno os?
 (A) $(0, 1)$ (B) $(0, -2)$ (C) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ (D) $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ (E) $(0, 2)$
- A4.** Katera izmed navedenih enakosti velja?
 (A) $\log(-5) + \log(-2) = \log 10$ (B) $\log(-5)^2 = 2 \log(-5)$ (C) $\ln(e^{-3}) = -3$
 (D) $\log(\log 5) = \log^2 5$ (E) $e^{\ln(-3)} = -3$
- A5.** Kocka je do $\frac{5}{6}$ višine napolnjena z 0,18 l vode. Koliko je dolžina roba kocke?
 (A) 80 cm (B) 6 cm (C) 8 cm
 (D) 60 cm (E) 50 cm
- A6.** Koliko je ploščina štirikotnika $ABCD$?
 (A) 14 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 28



B1. Dani sta parabola z enačbo $y = -x^2 + 2x + 3$ in premica z enačbo $y = 2x - 1$. Natančno izračunaj dolžino daljice, katere krajišči sta presečišči premice in parabole.

(7 točk)

B2. Dan je enakokraki trapez $ABCD$, katerega osnovnica a je dolga 6 m, osnovnica c pa 2 m. Natančno izračunaj dolžino diagonale BD , če je ploščina trapeza $8\sqrt{3}$ m². Natančno izračunaj obseg enakokrakega trikotnika, ki ima enako ploščino in enako dolgo višino na osnovnico kot dani trapez.

(6 točk)

B3. Reši enačbo $3^{2\log_3(x^2-2x+1)} = 1$.

(6 točk)

B4. Pravokotni trapez z osnovnicama dolgima $2a$ in a ter dolžino višine a zavrtimo okrog daljše osnovnice za 360° . Izračunaj površino in prostornino dobljenega geometrijskega telesa.

(7 točk)

Prostor za reševanje nalog sklopa B.

Naloge za 4. letnik

Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

| | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 |
| | | | | | |

| | | | |
|----|----|----|----|
| B1 | B2 | B3 | B4 |
| | | | |

A1. Naj bo $p(x) = x^6 - x^3 + 2x^2$. Katera izmed navedenih trditev ne velja za polinom p ?

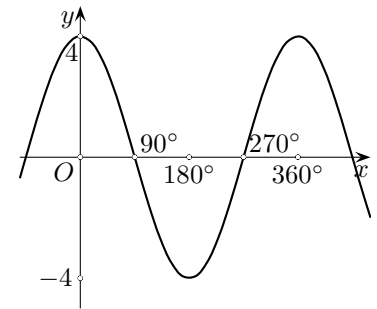
- (A) Polinom p je deljiv s polinomom q s predpisom $q(x) = x^2$.
- (B) Polinom p ima vsaj eno ničlo 2. stopnje.
- (C) Graf polinoma p poteka skozi točko $(0, 0)$.
- (D) Vodilni koeficient polinoma p je x^6 .
- (E) Graf polinoma p poteka skozi točko $T(\sqrt{3}, 33 - 3\sqrt{3})$.

A2. Naj bo $f(x) = -\frac{(x-1)^{11}}{(x+1)^{12}}$. V kateri točki seka graf racionalne funkcije f ordinatno os?

- (A) $A(0, -1)$
- (B) $B(-1, 0)$
- (C) $C(0, 1)$
- (D) $D(1, 0)$
- (E) Graf racionalne funkcije f ne seka ordinatne osi.

A3. Kateri izmed navedenih predpisov je predpis funkcije f , katere graf je na sliki?

- (A) $f(x) = 4 \sin x$
- (B) $f(x) = 4 \cos x$
- (C) $f(x) = \sin 4x$
- (D) $f(x) = \cos 4x$
- (E) $f(x) = \cos x$



A4. Koliko je $\frac{1}{f(\frac{11\pi}{2})}$, če je $f(x) = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$?

- (A) -1
- (B) 1
- (C) $\frac{\pi}{3}$
- (D) 0
- (E) ne obstaja

A5. V neki državi se cene bencina vsak mesec povišajo za 1,5 %. Koliko odstotna je letna podražitev bencina?

- (A) manj kot 17 %
- (B) 17 %
- (C) 18 %
- (D) 19 %
- (E) več kot 19 %

A6. Dano je zaporedje s splošnim členom $a_n = \frac{n+1}{3n+1}$. Kateri člen tega zaporedja je enak $\frac{10}{29}$?

- (A) 20. člen
- (B) 35. člen
- (C) 39. člen
- (D) 19. člen
- (E) 9. člen

B1. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$.

a) Poenostavi predpis funkcije f .

b) Natančno izračunaj $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

(6 točk)

B2. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = -2x^{-1}$. Nariši graf funkcije f . Nariši še premico z enačbo $y = -4x + 2$ in izračunaj abscisi presečišč premice in grafa funkcije f .

(7 točk)

B3. Dan je polinom p s predpisom $p(x) = -x^3 - x^2 + 4x + 4$ ter trapez $ABCD$. Izračunaj ploščino trapeza $ABCD$ (daljici AB in CD sta vzporedni), če je točka A izhodišče koordinatnega sistema, točka B presečišče grafa polinoma p s pozitivnim poltrakom abscisne osi, točka C leži na grafu polinoma p v prvem kvadrantu, točka D pa je presečišče grafa polinoma p z ordinatno osjo.

(7 točk)

B4. Rešitev enačbe $4^{x+3} - 7 \cdot 4^{x+1} = 576$ je prvi člen, rešitev enačbe $\log_x(5x + 6) = 2$ pa drugi člen geometrijskega zaporedja. Zapiši splošni člen tega zaporedja.

(6 točk)

Prostor za reševanje nalog sklopa B.