

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

Sedmo regijsko tekmovanje v znanju matematike za dijake poklicnih šol

4. april 2007

I. del: KRATKE NALOGE

Navodilo: V nalogah od A1 do A10 izberite črko pred pravilnim odgovorom in jo vpišite v preglednico pod ustrezno zaporedno številko. Le en odgovor je pravilen. Pravilni odgovor bo ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za vpisan nepravilni odgovor eno točko odšteli. Če pustite polje v preglednici prazno, dobite 0 točk.

Upoštevajte, da je treba v času 90 minut rešiti naloge prvega in drugega dela.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 | A9 | A10 |
| | | | | | | | | | |

A1. Sviloprepjka prede surovo svileno nit. En meter niti ima maso približno 0,13 mg. Kolikšna je masa 1 km niti?

- (A) 0,0013 g (B) 0,013 g (C) 0,13 g (D) 1,3 g (E) 130 g

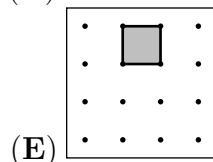
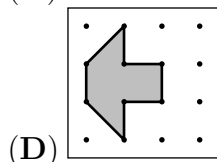
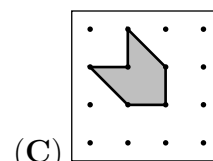
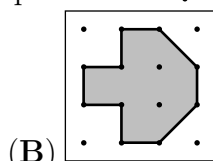
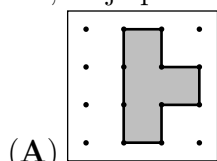
A2. Slikar je na reklamni pano narisal sliko z motivom stavbe in vrtnice pred njo. Na sliki je vrtnica visoka 1,5 cm, stavba pa 7,5 dm. V naravi je vrtnica visoka $\frac{3}{4}$ m. Kako visoka je stavba, če je slikar risal v istem razmerju, kot je v naravi?

- (A) 1,5 m (B) 150 dm (C) 3,75 m (D) 37500 cm (E) 375 dm

A3. Tri števila -7 , -10 in -13 si sledijo po nekem pravilu. Jure je poiskal število, ki bi po tem pravilu sledilo številu -13 . Če bi seštel kvadrata prvega in dobljenega števila, bi dobil:

- (A) 23 (B) 81 (C) 207 (D) 245 (E) 305

A4. Na vsaki sliki geoplošče je narisani lik. Na kateri sliki ima narisani lik ploščino 4 ploščinske enote, če je ploščinske enota enaka ploščini lika ?



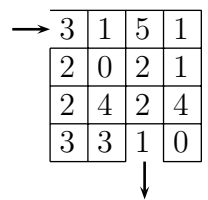
A5. Na razprodaji so bile z rdečo nalepko označene tiste srajce, ki so jim bile cene znižane za 50 %, z modro pa tiste, ki so jim bile cene znižane za 25 %. Štefan je kupil 2 srajci z rdečima nalepkama, ki sta pred razprodajo stali vsaka po 10 evrov, in eno srajco z modro nalepko, katere prvotna cena je bila 16 evrov. Koliko evrov je odštél za nakup?

- (A) 14 (B) 17 (C) 22 (D) 34 (E) 36

A6. Katerega izmed navedenih znakov lahko vstaviš v kvadrat, da bo izjava $(-1)^{-8} \square 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ pravilna?

- (A) $<$ (B) $>$ (C) \leq (D) \neq
 (E) nobenega izmed zapisanih

A7. Vika se lahko premika po labirintu le vodoravno ali navpično, čez vsako polje gre lahko samo enkrat. Ob vhodu ima na listu zabeleženo število 0, nato pa sproti prišteva števila, ki jih prebere na prehojenih poljih. Koliko je vseh poti, po katerih pride do vsote 13?



- (A) 4 (B) 1 (C) 2 (D) 3
 (E) Nobene takšne poti ni.

A8. Ura na železniški postaji ima minutni kazalec dolg 45 cm. Kateri približek je najboljši za dolžino poti, ki jo opiše konica minutnega kazalca v 1 h in 45 min?

- (A) 495 cm (B) 410 cm (C) 376 cm (D) 353 cm (E) 283 cm

A9. V nogometnem moštvu je 11 igralcev, katerih povprečna starost je 21 let. Katera izjava je gotovo pravilna?

- (A) Največ igralcev v ekipi je starih 21 let. (B) Vsi igralci so mlajši od 21 let.
 (C) Vsi igralci skupaj so stari 242 let. (D) Vsaj pet igralcev je starih točno 21 let.
 (E) Vsota starosti vseh igralcev je 231 let.

A10. Trimestno število $2A4$ prištejemo k 329 in dobimo $5B3$. Katera je največja možna vrednost števke A , če je $5B3$ deljivo s 3?

- (A) 7 (B) 8 (C) 4 (D) 1 (E) 9

Sedmo regijsko tekmovanje v znanju matematike za dijake poklicnih šol

4. april 2007

II. del: DALJŠE NALOGE

Navodilo: Naloge od B1 do B4 drugega dela rešujate na priloženem papirju, kamor vpisujete celotne račune. Vsako nalogo skrbno preberite in odgovorite na zastavljena vprašanja. Rešitev vsake izmed teh nalog bo ocenjena z 0 do 5 točkami.

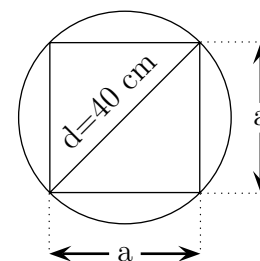
Upoštevajte, da je treba v času 90 minut rešiti naloge prvega in drugega dela.

- B1.** Čarovnica Čiračara se je specializirala za matematične uroke. Sestavine za magični urok so: 3, 133, 38, 42, 2, 56, 9, 120 in 6. Magično število izračunamo po naslednjem navodilu:

Delite največje sodo število z najmanjšim lihim številom, da dobite vražje število. Nato pomnožite najmanjše sodo število z največjim lihim številom, da dobite čarovniško število. Na koncu pomnožite z deset razliko, ki jo dobite, če od dvakratnika vražjega števila odštejete čarovniško število. Dobljeni zmnožek je magično število.

Katero je magično število čarovnice Čiračara? Zapiši odgovor.

- B2.** Iz hrastovega debla premera $d = 40$ cm želimo izrezati največji tram kvadratnega prečnega prereza z robom dolžine a , kot kaže slika prečnega prereza. Dolžina debla (in trama) je 4 m.



- A** Izračunajte dolžino roba trama, označeno z a .
Rezultat zapišite v centimetrih na eno decimalko natančno.
- B** Izračunajte prostornino trama v kubičnih metrih na tri decimalke natančno.
- C** Izračunajte prostornino debla na tisočinko kubičnega metra natančno (za π uporabite vrednost 3,14).
- B3.** V gledališču je 960 sedežev. Gledališče je razdeljeno na tri dele: parter, balkone in lože. V parterju je 370 sedežev. Število sedežev v ložah je za 290 manjše od števila sedežev na balkonih. Koliko sedežev je na balkonih in koliko v ložah? Zapiši odgovor.
- B4.** Nekega zimskega večera so se vsi člani družine dedka Alberta tehtali. Ker imajo vsi radi matematiko, so tisto, kar je pokazala tehtnica, povedali na bolj zvit način.
- Dedek Albert: "Jaz sem za $5 \cdot 10^6$ mg lažji od očka."
Očka Miha: "Jaz tehtam toliko kot mama in Žan skupaj."
Mama Jana: "Jaz tehtam dvakrat toliko kot Tomaž."
Metka: "Jaz tehtam dvakrat toliko kot Žan."
Tomaž: "Jaz tehtam 0,004 t manj kot Metka."
Žan: "Jaz tehtam 10 kg 800 dag 2000 g."
- A** Koliko tehta vsak družinski član?
B Koliko tehtajo vsi skupaj?
C Uredite jih od najlažjega do najtežjega. Zapišite njihova imena.

Rešitve nalog in točkovnik

Tekmovalec, ki je prišel po katerikoli pravilni metodi do rešitve (četudi točkovnik take ne predvideva), dobi vse možne točke.

Za pravilno metodo se upošteva vsak postopek, ki

- smiselno upošteva besedilo naloge,
- vodi k rešitvi problema,
- je matematično pravilen in popoln.

I. DEL

- A1.** Ker ima 1 m niti maso 0,13 mg oziroma 0,00013 g, ima 1 km niti 1000-krat tolikšno maso, to je 0,13 g.
- A2.** Na sliki sta velikosti vrtnice in stavbe v razmerju 1 : 50. Če je v naravi vrtnica visoka 0,75 m, je stavba visoka 50-krat toliko, to je 37,5 m = 375 dm.
- A3.** Vsak naslednji člen zaporedja je manjši za 3, številu -13 sledi število -16 . Vsota kvadratov prvega in dobljenega števila je $(-7)^2 + (-16)^2 = 49 + 256 = 305$.
- A4.** Lik na geoplošči (C) ima ploščino 4 ploščinske enote, saj ga lahko razrežemo na 4 pravokotne trikotnike s katetama dolžine 1 enota.
- A5.** Štefan je kupil dve srajci po 10 evrov in zanju zaradi popusta plačal 2-krat po 5 evrov. Za tretjo srajco je odštél 12 evrov. Na blagajni je za vse tri srajce odštél 22 evrov.
- A6.** Izraza $(-1)^{-8}$ in $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ imata vrednost 1. Izjava je pravilna, če v kvadrat postavimo znak \leq .
- A7.** Skozi labirint lahko gremo po naslednjih treh poteh: $3 \rightarrow 2 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$, $3 \rightarrow 2 \rightarrow 0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 0 \rightarrow 1$ in $3 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 0 \rightarrow 1$. Drugih poti z vsoto 13 ni, saj lahko opazimo, da je vsota števil vzdolž vsake poti, ki se izogne polju s številom 0 v drugem stolpcu druge vrstice, vsaj 14.
- A8.** Konica minutnega kazalca opiše v 1 h in 45 min pot 1,75 obsega krožnice s polmerom 45 cm, kar znaša $1,75 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 45 = 494,55 \text{ cm} \approx 495 \text{ cm}$.
- A9.** Vsi igralci skupaj so stari $11 \cdot 21 = 231$ let.
- A10.** V trimestnem številu $2A4$ ima A lahko največjo vrednost 4. Tedaj je vsota $244 + 329 = 573$ deljiva s 3. Zaradi deljivosti s 3, bi števko A lahko povečali za 3, a tedaj vsota $274 + 329 = 603$ ne bi imela oblike $5B3$.

II. DEL

- B1.** Največje sodo število (120) delimo z najmanjšim lihim (3), da dobimo vražje število 40. Najmanjše sodo število (2) pomnožimo z največjim lihim številom (133), da dobimo čarovniško število 266. Magično število je: $10 \cdot (2 \cdot 40 - 266) = -1860$.
- B2.** **A** Dolžino roba trama izračunamo s Pitagorovim izrekom: $40^2 = a^2 + a^2$. Rob a je dolg 28,3 cm.
B Prostornina trama je $V_t = a^2 \cdot l = (28,3)^2 \cdot 400 = 320356 \text{ cm}^3 = 0,320 \text{ m}^3$.
C Prostornina debla je $V_d = \pi r^2 \cdot l = 3,14 \cdot 20^2 \cdot 400 = 502400 \text{ cm}^3 = 0,502 \text{ m}^3$.
- B3.** Število sedežev na balkonih označimo z b . Tedaj je število sedežev v ložah enako $b - 290$. Število vseh sedežev v gledališču je: $960 = b + (b - 290) + 370$. Odtod izrazimo: $b = 440$. Na balkonih je 440 sedežev, v ložah pa 150 sedežev.
- B4.** **A** Žan tehta 20 kg, Metka 40 kg, Tomaž 36 kg, mama 72 kg, oče 92 kg, dedek 87 kg.
B Vsi skupaj tehtajo 347 kg.
C Od najlažjega do najtežjega se zvrstijo: Žan, Tomaž, Metka, Jana, Albert, Miha.

REŠITVE IN TOČKOVNIKI

I. DEL

V tabeli so zapisani pravilni odgovori izbirnih nalog. Vsak pravilen odgovor točkujemo z 2 točkama, nepravilen z -1 točko, če naloga ni rešena, 0 točk.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| C | E | E | C | C | C | D | A | E | C |

II. DEL

1. naloga Skupaj: 5 točk

- Izračunano vražje število: $120 : 3 = 40$ **1 t**
Izračunano čarovniško število: $2 \cdot 133 = 266$ **1 t**
Izračunano magično število: $10 \cdot (2 \cdot 40 - 266) = -1860$ **2 t**
Odgovor: Magično število je -1860 **1 t**

2. naloga Skupaj: 5 točk

- A** Izračunana dolžina roba trama $a = 28,3$ cm **1 t**
B Izračunana prostornina trama $V_t = 320356 \text{ cm}^3 = 0,320 \text{ m}^3$ **2 t**
C Izračunana prostornina debla $V_d = 502400 \text{ cm}^3 = 0,502 \text{ m}^3$ **2 t**

Op.: V primerih **B** in **C** dobi tekmovalec 1 točko za pravilen postopek reševanja, 1 točko za pravilno zaokrožen rezultat v ustreznih enotah.

3. naloga Skupaj: 5 točk

- Ustrezna izbira neznanke, npr. število sedežev na balkonih b , število sedežev v ložah $b - 290$.
..... **1 t**
Zapis enačbe $370 + b + (b - 290) = 960$ **1 t**
Rešitev enačbe $b = 440$ **1 t**
Odgovor: Na balkonih je 440 sedežev, v ložah pa 150 sedežev. **2 t**

4. naloga Skupaj: 5 točk

- A** Žan tehta 20 kg. Metka tehta 40 kg. Tomaž tehta 36 kg. Mama Jana tehta 72 kg.
Očka Miha tehta 92 kg. Dedek Albert tehta 87 kg. **3 t**
Op.: Tekmovalec dobi 1 točko za vsaki pravilno določeni masi dveh članov družine.
B Vsi skupaj tehtajo 347 kg. **1 t**
C Od najlažjega do najtežjega si sledijo: Žan, Tomaž, Metka, Jana, Albert, Miha. . **1 t**