

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ ZNANJA POSLOVNE MATEMATIKE
za srednje šole

Šolsko leto 2011/12

1. skupina: Poslovna matematika

Datum: 13. 4. 2011

Čas pisanja: 10⁰⁰ do 12⁰⁰

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalo.
- Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Ime in priimek: _____ (velike tiskane črke)

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

1. naloga

V nekem podjetju v 6 dneh izdelajo na 7 strojih 500 izdelkov, če delajo 8 ur na dan.

a) Koliko izdelkov bi naredili v 8 dneh na 5 strojih pri delavniku 8 ur/dan? (3 točke)

b) Sprejeli so naročilo za 600 izdelkov, ki bi jih morali izdelati na 7 strojih v 5 dneh. Kolikšno skupno število nadur bo moral opraviti posamezen stroj za izvedbo celotnega naročila (končni rezultat zaokroži na cele ure)? (Glej začetne podatke.) (4 točke)

2. naloga

Za izvedbo ekipnega orientacijskega tekmovanja so organizatorji pridobili 42.000 EUR sponzorskih sredstev. Eno četrtno so namenili nagradam, ostanek pa je bil namenjen pokrivanju stroškov organizacije in v dobrodelne namene, in sicer v razmerju 7 : 2.

a) Razdeli stroške za posamezne namene. *(3 točke)*

b) Tik pred pričetkom tekmovanja so pridobili še dodatna sredstva, tako je bilo za nagrade namenjenih skupno 14.640 EUR. Razdelili so jih med najboljše tri ekipe, in sicer premo sorazmerno doseženim točkam za pravilne odgovore in hkrati obratno sorazmerno doseženemu času.

Dosežki prvih treh ekip:
prva: 200 točk in čas 40 minut,
druga: 240 točk in 60 minut,
tretja: 210 točk in 70 minut.

Razdeli nagrade med ekipe. *(4 točke)*

3. naloga

Trgovina prodaja okna in vrata. Vrata prodajajo po ceni 1000 EUR, okna po ceni 600 EUR.

- a) Kolikšna bi bila nova cena vrat, če bi prvotno ceno najprej zmanjšali za 10 %, sledila pa bi podražitev za 5 %? *(2 točki)*
- b) Za koliko odstotkov bi morali dvakrat zaporedoma povečati ceno okna, da bi bila nova cena 720 EUR? *(2 točki)*
- c) Koliko odstotkov popusta je treba dati na prvotno ceno vrat, da bi znesek popusta znašal 12 % končne prodajne cene? *(3 točke)*

4. naloga

a) Izračunajte, v kolikšnem času se neka glavnica potroji, če uporabimo navadni obrestni račun, dekurzivno obrestovanje in letno obrestno mero 4 % . *(3 točke)*

b) V kolikšnem času bi se glavnica posojila potrojila, če uporabimo obrestnoobrestni način, anticipativno obrestovanje in letno kapitalizacijo, obrestna mera pa ostane 4 % letno? *(4 točke)*

DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ ZNANJA POSLOVNE MATEMATIKE
za srednje šole

Šolsko leto 2011/2012

2. skupina: Statistika

Datum: 13. 4. 2011

Čas pisanja: 10⁰⁰ do 12⁰⁰

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalno brez grafičnega zaslona in brez možnosti simbolnega računanja, barvice, šestilo.
- Uporaba vnaprej pripravljenih obrazcev ni dovoljena. Nekateri obrazci smo kot pomoč vključili v polo.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Končne rezultate zaokrožite v skladu s statističnimi pravili zaokroževanja.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Ime in priimek: _____ (velike tiskane črke)

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

OBRAZCI

Strukture

$$P_j \% = \frac{Y_j}{Y} \cdot 100$$

Statistični koeficienti

$$K = \frac{Y}{X} \qquad K_R = \frac{X}{Y}$$

Indeksi, koeficienti rasti, stopnje rasti

$$I_{j/o} = \frac{Y_j}{Y_o} \cdot 100 \qquad V_j = \frac{Y_j}{Y_{j-1}} \cdot 100 \qquad K_j = \frac{Y_j}{Y_{j-1}} \qquad S_j = V_j - 100$$

Frekvenčna porazdelitev

$$d_j = y_{\max} - y_{\min} \qquad Y_j = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2}$$

$$f_j^0 = \frac{f_j}{N} \qquad F_j = F_{j-1} + f_j \qquad F_j^0 = F_{j-1}^0 + f_j^0$$

Srednje vrednosti

$$M = \frac{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_k}{N}$$

$$M' = \frac{\sum_{j=1}^k f_j \cdot Y_j}{N}$$

$$Me' = y_{o,\min} + d_o \cdot \frac{R - F_{-1}}{f_o} \qquad R = \frac{N + 1}{2}$$

$$Mo' = y_{o,\min} + d_o \cdot \frac{f_o - f_{-1}}{2 \cdot f_o - f_{-1} - f_{+1}}$$

1. naloga

Podjetje Peter & Co. je v prvem polletju preteklega leta poslovalo, kot kaže tabela.

Tabela1: Podatki o poslovanju podjetja Peter & Co. v prvem polletju preteklega leta

Mesec leta 2011	Prihodki v 10 ³ EUR	Stroški v 10 ³ EUR	Število zaposlenih (na začetku meseca)
januar	1306	1196	22
februar	1234	957	24
marec	1438	1089	25
april	1395	998	25
maj	1198	1047	25
junij	1054	978	23
julij	/	/	22

Vir: Izmišljeni podatki.

- Izračunaj: a) povprečne prihodke(1 točka)
- b) povprečne stroške(1 točka)
- c) povprečno število zaposlenih(1 točka)
- d) pokritost stroškov s prihodki (ekonomičnost) (2 točki)
- e) povprečne mesečne prihodke na zaposlenega (2 točki)

2. naloga

V kraju Podgora je 282 šoloobveznih otrok. Za druga opazovana leta so zabeležili kazalce rasti, kot jih kaže tabela.

a) Dopolni jo.

(5 točk)

Tabela 1: Šoloobvezni otroci v kraju Podgora

Leto	Y _j	K _j	V _j	S _j
2007		/	/	/
2008			100	
2009	228			-20
2010		0,75		
2011			133,3	

Vir: Izmišljeni podatki.

b) Izpiši število otrok leta 2007 in 2011 (2 točki)

3. naloga

V proizvodnem obratu podjetja KOVAČ & Co, d. n. o., so v mesecu decembru analitiki sestavili tabelo proizvodnje glede na specifiko njihovega proizvodnega programa. Zaradi nepazljivosti je razlita kava popackala postavke in je sestavljena tabela prišla do vodstva zelo nepregledna.

- a) Pomagaj zaposlenemu dopolniti manjkajoče podatke. (5 točk)
- b) Pojasni, kaj pomeni F_2 in f_3^0 . (2 točki)

Tabela 2: Izdelani proizvodi glede na težo izdelka v podjetju KOVAČ & Co.

Teža v kg	Št. izdelkov f_j	Relativna frekvenca f_j^0	Kumulativa frekvenc F_j	Kumulativa relativnih frekvenc F_j^0
nad 3,8–4,0	3		3	
nad 4,0–4,2				
nad 4,2–4,4	20		41	
nad 4,4–4,6	41	0,250		
nad 4,6–4,8			140	
nad 4,8–5,0				
SKUPAJ	164			

Vir: Izmišljeni podatki.

4. naloga

Tabela 3: Sadeži po količini vitamina C v mg na 100 gramov svežega sadja

Sadež	Vitamin C
limona	46
ameriški kaki	66
jabolka	6
jagoda	53
zeleni kivi	98
grenivka	34
grozdje	11
ananas	15
mandarina	31
slive	10
banana	9
pomaranča	53

Vir: Skupaj za zdravje človeka in narave, november 2011, str. 23.

- a) Podatke razvrsti v ranžirno vrsto. *(1 točka)*
- b) Določi rang vrednosti 46 mg. *(1 točka)*
- c) Katera je tista količina vitamina C, od katere ima polovica sadežev več, polovica pa manj vitamina C? Odgovor. *(3 točke)*
- d) Določi in razloži modus za podatke količine vitamina C v svežem sadju. *(2 točki)*

DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ ZNANJA POSLOVNE MATEMATIKE
za srednje šole

Šolsko leto 2011/12

1. skupina: Poslovna matematika

Datum: 13. 4. 2011

Čas pisanja: 10⁰⁰ do 12⁰⁰

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalno.
- Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Ime in priimek: _____ (velike tiskane črke)

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

1. naloga

V nekem podjetju v 6 dneh izdelajo na 7 strojih 500 izdelkov, če delajo 8 ur na dan.

- a) Koliko izdelkov bi naredili v 8 dneh na 5 strojih pri delavniku 8 ur/dan? (3 točke)

$$\begin{array}{r} 5 \text{ strojev} \quad 8 \text{ dni} \dots\dots\dots x \text{ izdelkov} \\ \uparrow \qquad \qquad \uparrow \\ 7 \text{ strojev} \quad 6 \text{ dni} \dots\dots\dots 500 \text{ izdelkov} \\ X = 5 \cdot 8 \cdot 500 / (7 \cdot 6) \\ X = 476 \text{ IZDELKOV} \end{array}$$

Pogojni stavek (0,5 točke)
Vprašalni stavek (0,5 točke)
Določitev sorazmerja (2 · 0,5 točke = 1 točka)
Izračun (1 točka)

- b) Sprejeli so naročilo za 600 izdelkov, ki bi jih morali izdelati na 7 strojih v 5 dneh. Kolikšno skupno število nadur bo moral opraviti posamezen stroj za izvedbo celotnega naročila (končni rezultat zaokroži na cele ure)? (Glej začetne podatke.) (4 točke)

$$\begin{array}{r} 5 \text{ dni} \quad 600 \text{ izdelkov} \dots\dots\dots x \text{ ur dnevno} \\ \downarrow \qquad \uparrow \\ 6 \text{ dni} \quad 500 \text{ izdelkov} \dots\dots\dots 8 \text{ ur dnevno} \end{array}$$

$$\begin{aligned} X &= 6 \cdot 600 \cdot 8 / (5 \cdot 500) \\ X &= 11,52 \text{ ur dnevno} \\ \Delta &= 3,52 \text{ ur} \\ \text{Nadure} &= 5 \cdot 3,52 = 17,6 \\ \text{Opraviti bi morali } &18 \text{ nadur.} \end{aligned}$$

Pogojni stavek (0,5 točke)
Vprašalni stavek (0,5 točke)
Določitev sorazmerja (2 · 0,5 točke = 1 točka)
Izračun (1 točka)
Izračun nadur (1 točka)

2. naloga

Za izvedbo ekipnega orientacijskega tekmovanja so organizatorji pridobili 42.000 EUR sponzorskih sredstev. Eno četrtno so namenili nagradam, ostanek pa je bil namenjen pokrivanju stroškov organizacije in v dobrodelne namene, in sicer v razmerju 7 : 2.

a) Razdeli stroške za posamezne namene. (3 točke)

$$\text{Nagrade: } 1/4 \text{ od } 42.000 = 10.500$$

$$\text{Stroški: } 7x = 24500$$

$$\underline{\text{Dobrodelnost: } 2x = 7000}$$

$$9x = 31.500$$

$$x = 3500$$

b) Tik pred pričetkom tekmovanja so pridobili še dodatna sredstva, tako je bilo za nagrade namenjenih skupno 14.640 EUR. Razdelili so jih med najboljše tri ekipe, in sicer premo sorazmerno doseženim točkam za pravilne odgovore in hkrati obratno sorazmerno doseženemu času.

Dosežki prvih treh ekip:

prva: 200 točk in čas 40 minut,

druga: 240 točk in 60 minut,

tretja: 210 točk in 70 minut.

Razdeli nagrade med ekipe. (4 točke)

$$A : B : C = 200 : 240 : 210 \Rightarrow 5 : 4 : 3$$

$$\frac{1}{40} : \frac{1}{60} : \frac{1}{70}$$

$$12x = 14640$$

$$x = 1220$$

Prva: 6100

Druga: 4880

Tretja: 3660

3. naloga

Trgovina prodaja okna in vrata. Vrata prodajajo po ceni 1000 EUR, okna po ceni 600 EUR.

- a) Kolikšna bi bila nova cena vrat, če bi prvotno ceno najprej zmanjšali za 10 %, sledila pa bi podražitev za 5 %? *(2 točki)*

R: 945

- b) Za koliko odstotkov bi morali dvakrat zaporedoma povečati ceno okna, da bi bila nova cena 720 EUR? *(2 točki)*

R: 9,54 %

- c) Koliko odstotkov popusta je treba dati na prvotno ceno vrat, da bi znesek popusta znašal 12 % končne prodajne cene? *(3 točke)*

$$1000 * \frac{x}{100} = 0,12 * (1000 - 1000 * \frac{x}{100})$$

R: 10,71 %

4. naloga

- a) Izračunajte, v kolikšnem času se neka glavnica potroji, če uporabimo navadni obrestni račun, dekurzivno obrestovanje in letno obrestno mero 4 % . *(3 točke)*

R: 50 let

- b) V kolikšnem času bi se glavnica posojila potrojila, če uporabimo obrestnoobrestni način, anticipativno obrestovanje in letno kapitalizacijo, obrestna mera pa ostane 4 % letno? *(4 točke)*

R: 26,91 let

DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ ZNANJA POSLOVNE MATEMATIKE
za srednje šole

Šolsko leto 2011/2012

2. skupina: Statistika

Datum: 13. 4. 2011

Čas pisanja: 10⁰⁰ do 12⁰⁰

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalno brez grafičnega zaslona in brez možnosti simbolnega računanja, barvice, šestilo.
- Uporaba vnaprej pripravljenih obrazcev ni dovoljena. Nekateri obrazci smo kot pomoč vključili v polo.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Končne rezultate zaokrožite v skladu s statističnimi pravili zaokroževanja.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Ime in priimek: _____ (velike tiskane črke)

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

OBRAZCI

Strukture

$$P_j \% = \frac{Y_j}{Y} \cdot 100$$

Statistični koeficienti

$$K = \frac{Y}{X} \qquad K_R = \frac{X}{Y}$$

Indeksi, koeficienti rasti, stopnje rasti

$$I_{j/o} = \frac{Y_j}{Y_o} \cdot 100 \qquad V_j = \frac{Y_j}{Y_{j-1}} \cdot 100 \qquad K_j = \frac{Y_j}{Y_{j-1}} \qquad S_j = V_j - 100$$

Frekvenčna porazdelitev

$$d_j = y_{\max} - y_{\min} \qquad Y_j = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2}$$

$$f_j^0 = \frac{f_j}{N} \qquad F_j = F_{j-1} + f_j \qquad F_j^0 = F_{j-1}^0 + f_j^0$$

Srednje vrednosti

$$M = \frac{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_k}{N}$$

$$M' = \frac{\sum_{j=1}^k f_j \cdot Y_j}{N}$$

$$Me' = y_{o,\min} + d_o \cdot \frac{R - F_{-1}}{f_o} \qquad R = \frac{N + 1}{2}$$

$$Mo' = y_{o,\min} + d_o \cdot \frac{f_o - f_{-1}}{2 \cdot f_o - f_{-1} - f_{+1}}$$

1. naloga

Podjetje Peter & Co. je v prvem polletju preteklega leta poslovalo, kot kaže tabela.

Tabela 1: Podatki o poslovanju podjetja Peter & Co. v prvem polletju preteklega leta

Mesec leta 2011	Prihodki v 10 ³ EUR	Stroški v 10 ³ EUR	Število zaposlenih (na začetku meseca)
januar	1306	1196	22
februar	1234	957	24
marec	1438	1089	25
april	1395	998	25
maj	1198	1047	25
junij	1054	978	23
julij	/	/	22
	$7625000 \text{ €} / 6 = 1270833,3 \text{ €}$	$6265000 \text{ €} / 6 = 1044166,7 \text{ €}$	$144 / 6 = 24$

Vir: Izmišljeni podatki.

Izračunaj:

- a) povprečne prihodke ... $7625000 \text{ €} / 6 = 1270833,3 \text{ €}$ (1 točka)
- b) povprečne stroške ... $6265000 \text{ €} / 6 = 1044166,7 \text{ €}$ (1 točka)
- c) povprečno število zaposlenih ... $144 / 6 = 24$ (1 točka)
- d) pokritost stroškov s prihodki (ekonomičnost) $E = 1270833,3 \text{ €} / 1044166,7 \text{ €} = 1,2$, kar pomeni, da je poslovanje ekonomično
(2 točki)
(tudi brez komentarja)
- e) povprečne mesečne prihodke na zaposlenega
 $k = 1270833,3 \text{ €} / 24 \text{ zaposlenih} = 52951,4 \text{ €} / \text{zaposlenega}$ (2 točki)

2. naloga

V kraju Podgora je 282 šoloobveznih otrok. Za druga opazovana leta so zabeležili kazalce rasti, kot jih kaže tabela.

a) Dopolni jo.

(5 točk)

Tabela 1: Šoloobvezni otroci v kraju Podgora

Leto	Y _j	K _j	V _j	S _j
2007		/	/	/
2008			100	
2009	228			-20
2010		0,75		
2011			133,3	

Vir: Izmišljeni podatki.

b) Izpiši število otrok leta 2007 in 2011(2 točki)

REŠITVE D2:

V kraju Podgora je 282 šoloobveznih otrok. Za druga opazovana leta so zabeležili kazalce rasti, kot jih kaže tabela.

a) Dopolni jo.

(5 točk)

Leto	Y _j	K _j	V _j	S _j
2007	285	/	/	/
2008	285	1	100	0
2009	228	0,8	80	-20
2010	171	0,75	75	-25
2011	227,9	1,333	133,3	33,3
	2 točki	1 točka	1 točka	1 točka

b) Izpiši število otrok leta 2007 ...**285**..... in 2011**228**.....

(2 točki)

3. naloga

V proizvodnem obratu podjetja KOVAČ & Co, d. n. o., so v mesecu decembru analitiki sestavili tabelo proizvodnje glede na specifiko njihovega proizvodnega programa. Zaradi nepazljivosti je razlita kava popackala postavke in je sestavljena tabela prišla do vodstva zelo nepregledna.

- a) Pomagaj zaposlenemu dopolniti manjkajoče podatke. (5 točk)
 b) Pojasni, kaj pomeni F_2 in f_3^0 . (2 točki)

Tabela 2: Izdelani proizvodi glede na težo izdelka v podjetju KOVAČ & Co.

Teža v kg	Št. izdelkov f_j	Relativna frekvenca f_j^0	Kumulativa frekvenc F_j	Kumulativa relativnih frekvenc F_j^0
nad 3,8–4,0	3		3	
nad 4,0–4,2				
nad 4,2–4,4	20		41	
nad 4,4–4,6	41	0,250		
nad 4,6–4,8			140	
nad 4,8–5,0				
SKUPAJ	164			

Vir: Izmišljeni podatki.

Tabela 3: Izdelani proizvodi glede na težo izdelka v podjetju KOVAČ & Co.

a)

Teža v kg	Št. izdelkov	relat. frekvenca	Kumulativa absolutnih. frekv.	Kumulativa relat. frekvenc
nad 3,8–4,0	3	0,018	3	0,018
nad 4,0–4,2	18	0,110	21	0,128
nad 4,2–4,4	20	0,122	41	0,250
nad 4,4–4,6	41	0,250	82	0,5
nad 4,6–4,8	58	0,354	140	0,854
nad 4,8–5,0	24	0,146	164	1,000
SKUPAJ	164			

Vir: Izmišljeni podatki.

- Izračun: absolutne frekvence (2 točki)
 relativne frekvence (1 točka)
 kumulative absol. frekvenc (1 točka)
 kumulative relat. frekvenc (1 točka)

b) F_2 : Od vseh izdelanih proizvodov je bilo 21 izdelkov takšnih, ki so imeli težo do največ 4,2 kg.

f_3^0 : 12,2 odstotka vseh izdelanih izdelkov je dosegalo težo nad 4,2 do 4,4 kg.

(2 točki)

4. naloga

Tabela 4: Sadeži po količini vitamina C v mg na 100 gramov svežega sadja

Sadež	Vitamin C
limona	46
ameriški kaki	66
jabolka	6
jagoda	53
zeleni kivi	98
grenivka	34
grozdje	11
ananas	15
mandarina	31
slive	10
banana	9
pomaranča	53

Vir: Skupaj za zdravje človeka in narave, november 2011, str. 23.

- a) Podatke razvrsti v ranžirno vrsto. (1 točka)
 b) Določi rang vrednosti 46 mg. (1 točka)
 c) Katera je tista količina vitamina C, od katere ima polovica sadežev več, polovica pa manj vitamina C? Odgovor. (3 točke)
 d) Določi in razloži modus za podatke količine vitamina C v svežem sadju. (2 točki)

a)

R	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	6	9	10	11	15	31	34	46	53	53	66	98

(1 točka)

b) $46 = R_8$ (1 točka)

c)

$$R = \frac{N + 1}{2} = \frac{13}{2} = 6,5 \quad (1 \text{ točka})$$

$$Me = \frac{y_{R-0,5} + y_{R+0,5}}{2} = \frac{31 + 34}{2} = 32,5 \quad (1 \text{ točka})$$

Odg.: Polovica sadežev ima več kot 32,5 mg vitamina C na 100 gramov svežega sadja, polovica pa manj kot 32,5 mg vitamina C. (1 točka)

d) $Mo = 53 \text{ mg}$ (1 točka)

Najpogostejša količina vitamina C v sadežih je 53 mg na 100 gramov svežega sadja. (1 točka)