

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

Naloge za 6. in 7. razred osnovne šole

Čas reševanja nalog je 90 minut. Rešitve morajo biti berljivo napisane na tej tekmovalni poli. Pri reševanju nalog lahko uporabljaš pisalni in risalni pribor, uporaba kalkulatorja ni dovoljena. Končen odgovor napiši s kemičnim svinčnikom. Razlaga postopka reševanja posamezne naloge ni potrebna, razen če ni to pri nalogi posebej poudarjeno. Če je vsota zbranih točk pri posamezni nalogi (ali delu naloge) negativna, dobiš 0 točk. Z 0 točkami se točkujejo tudi prazna polja.

Želimo ti veliko uspeha pri reševanju!

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Σ
5	10	27	20	24	21	20	127

1. Vega

Letošnje tekmovanje je posvečeno Juriju Vegi (1754 - 1802) ob 210-letnici njegove smrti.

Koliko je x , če je bil Vega leta $51x+4$ star x let?

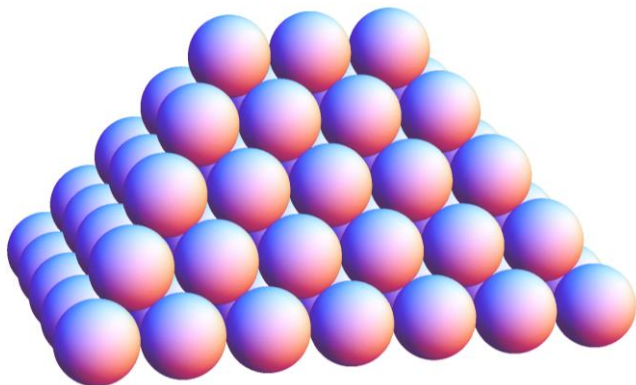
Pravilen odgovor **z razvidnim postopkom** je vreden 5 točk.

Odg: $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. Vegove topovske krogle

Koliko je krogel v skladu?

Pravilen odgovor **z razvidnim postopkom** je vreden 10 točk.

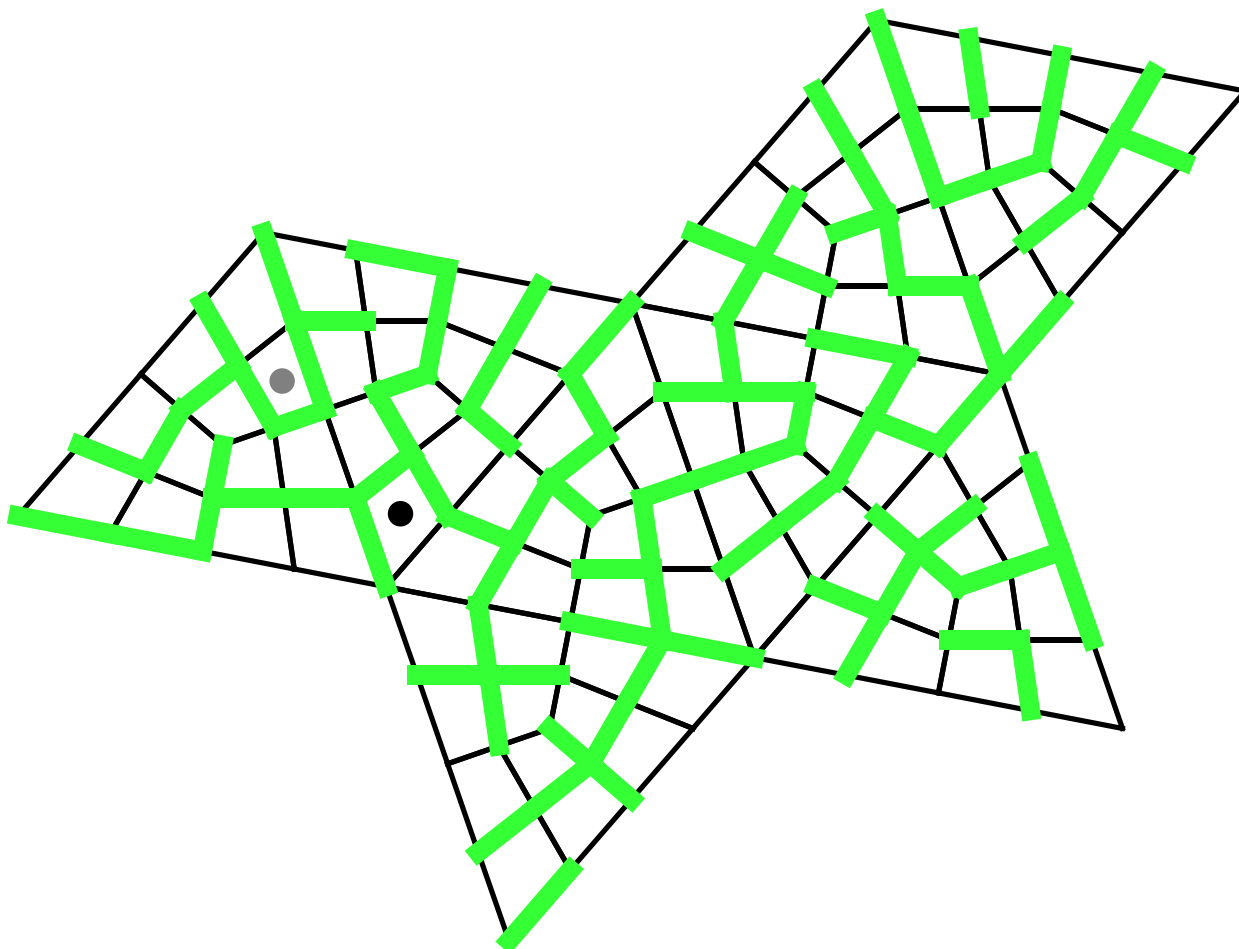


Odg: V skladu je $\underline{\hspace{2cm}}$ krogel.

3. Labirint na mreži

a) Poišči najkrajšo pot med pikama. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš tudi z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. V tem primeru mora biti označena povezava med sosednjima poljema zunaj mreže.

Popolnoma pravilno rešen labirint je vreden 15 točk, delno pravilen ali nepravilen pa 0 točk.



b) Določi še število mejnih ploskev, robov in oglišč poliedra.

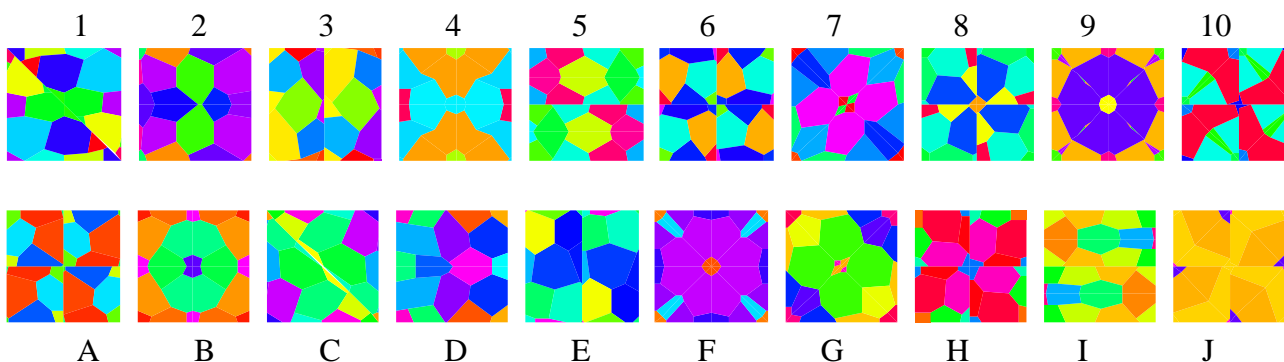
Za vsak pravilen odgovor dobiš 4 točke, za nepravilnega pa se 1 točka odšteje.

število mejnih ploskev	število robov	število oglišč

4. Kristalografske grupe

Za vsako sliko iz zgornje vrstice poišči tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo. Odgovor zapiši v preglednico.

Za vsak pravilen odgovor, vnesen v preglednico, dobiš 2 točki, za vsak nepravilen se 1 točka odšteje.

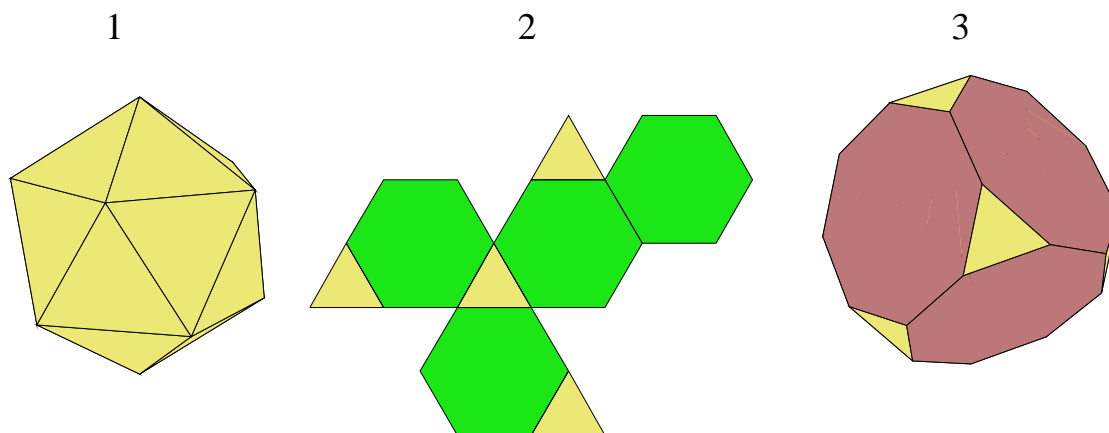


1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

5. Poliedri

Trije poliedri so dani na različne načine. Izpolni spodnjo preglednico!

Za vsako pravilno vneseno vrednost dobiš 2 točki, za vsako nepravilno se 1 točka odšteje.



oznaka	število mejnih ploskev	število robov	število oglišč	tip rotacijske simetrije
1				
2				
3				

Za tip rotacijske simetrije zapiši:

I , če ima polieder več osi peterne rotacijske simetrije;

O , če ima več osi četverne simetrije;

T , če ima več osi trojne simetrije in nobene osi peterne ali četverne simetrije;

C_n , če ima samo eno os in je le-ta n -terne simetrije;

D_n , če ima eno os n -terne simetrije in vsaj eno os dvojne simetrije, ki je pravokotna na prvo.

6. Barvni sudoku

V vsak prazen kvadrata vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 5 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih iste barve nastopalo vseh pet števil!

Za vsak pravilno izpolnjen kvadrata dobiš 1 točko, za vsakega nepravilno izpolnjenega se 1 točka odšteje.

		1		5
3				
2				

7. Alternativec na otoku vitezov in oproda

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi in oprode.

Ko je *alternativec* (ti izmenoma govorijo resnico in neresnico, ne vemo, s kakšno trditvijo začne) obiskal otok, je o 4 domačinih, ki jih označimo z A, B, C, D, izjavil naslednje:

- Če je B vitez, potem je A oproda.
- Če je B oproda, potem je A oproda.
- Če je C vitez, potem je A oproda.
- D je oproda in B je oproda.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

Za vsako pravilno ugotovitev dobiš 5 točk, za vsako nepravilno ugotovitev se 3 točke odšteje.

A	B	C	D

Naloge za 8. in 9. razred osnovne šole

Čas reševanja nalog je 90 minut. Rešitve morajo biti berljivo napisane na tej tekmovalni poli. Pri reševanju nalog lahko uporabljaš pisalni in risalni pribor, uporaba kalkulatorja ni dovoljena. Končen odgovor napiši s kemičnim svinčnikom. Razlaga postopka reševanja posamezne naloge ni potrebna, razen če ni to pri nalogi posebej poudarjeno. Če je vsota zbranih točk pri posamezni nalogi (ali delu naloge) negativna, dobiš 0 točk. Z 0 točkami se točkujejo tudi prazna polja.

Želimo ti veliko uspeha pri reševanju!

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Σ
5	10	27	24	25	31	30	152

1. Vega

Letošnje tekmovanje je posvečeno Juriju Vegi (1754 - 1802) ob 210-letnici njegove smrti.

Koliko je x , če je bil Vega leta $49x+26$ star x let?

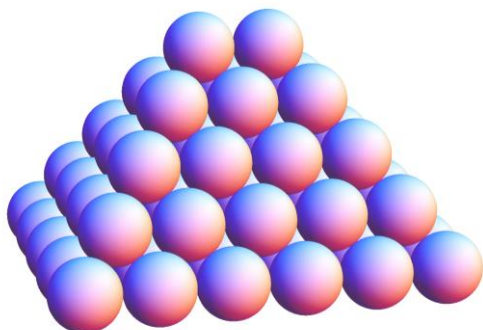
Pravilen odgovor **z razvidnim postopkom** je vreden 5 točk.

Odg: $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. Vegove topovske krogle

Koliko je krogel v skladu?

Pravilen odgovor **z razvidnim postopkom** je vreden 10 točk.

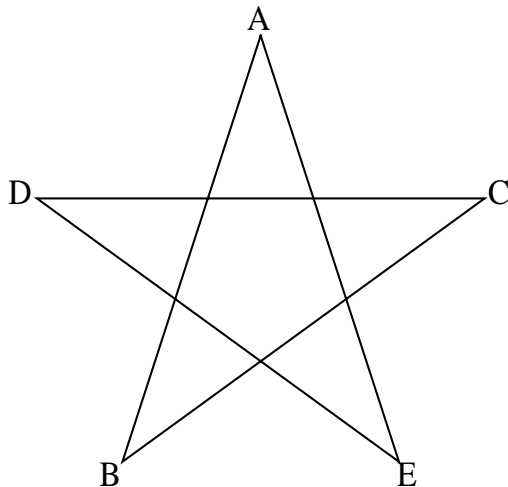


Odg: V skladu je $\underline{\hspace{2cm}}$ krogel.

4. Koti

Dan je pravilni petkotnik $ADBEC$. Izračunaj kote v pentagramu. (Namig: na koliko trikotnikov lahko поделиš petkotnik?)

Za vsak pravičen odgovor dobiš 6 točk, za nepravilnega se 2 točki odšteje.

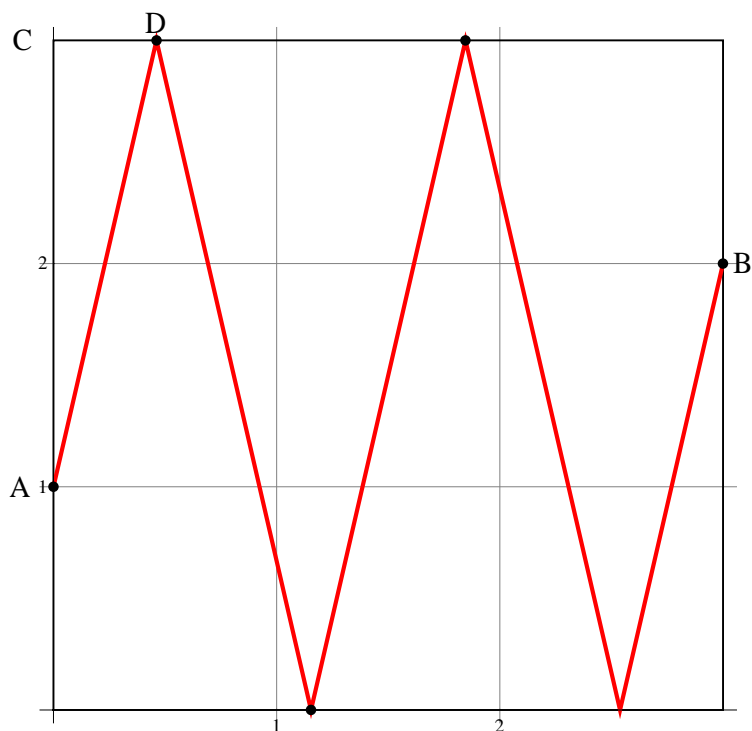


kot	$\angle CBA$	$\angle ACB$	$\angle BDA$	$\angle EBC$
velikost				

5. Žarek

Svetlobni žarek vstopi v kvadrat pri točki A, se nekajkrat odbije od vodoravnih stranic in izstopi v točki B. Če bi žarek nadaljeval pot premo preko točke D, potem bi sekal podaljšano desno stranico kvadrata v neki točki E. **Izračunaj** razdalji $|BE|$ in $|CD|$.

Pravičen odgovor **z razvidnim postopkom** na prvo vprašanje je vreden 15 točk, na drugo 10 točk.



Odgovora: $|BE| = \underline{\hspace{1cm}}$. $|CD| = \underline{\hspace{1cm}}$

6. Barvni sudoku

V vsak prazen kvadrata vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 6 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih iste barve nastopalo vseh šest števil!

Za vsak pravilno izpolnjen kvadrata dobiš 1 točko, za vsakega nepravilno izpolnjenega se 1 točka odšteje.

	5	1			2
4					
3					

7. Alternativec na otoku vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi in oprode.

Ko je *alternivec* (ti izmenoma govorijo resnico in neresnico, ne vemo, s kakšno trditvijo začne) obiskal otok, je o 6 domačinih, ki jih označimo z A, B, C, D, E, F, izjavil naslednje

- B je vitez in D je oproda.
- F je vitez, če in samo če je E oproda.
- F je oproda in B je oproda.
- D je vitez, če in samo če je A vitez.
- Če je F vitez, potem je D vitez.
- Če je C oproda, potem je B vitez.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

Za vsako pravilno ugotovitev dobiš 5 točk, za vsako nepravilno ugotovitev se 3 točke odšteje.

A	B	C	D	E	F

Naloge za 1. in 2. letnik srednjih šol

Čas reševanja nalog je 90 minut. Rešitve morajo biti berljivo napisane na tej tekmovalni poli. Pri reševanju nalog lahko uporabljaš pisalni in risalni pribor, uporaba kalkulatorja ni dovoljena. Končen odgovor napiši s kemičnim svinčnikom. Razlaga postopka reševanja posamezne naloge ni potrebna, razen če ni to pri nalogi posebej poudarjeno. Če je vsota zbranih točk pri posamezni nalogi (ali delu naloge) negativna, dobiš 0 točk. Z 0 točkami se točkujejo tudi prazna polja.

Želimo ti veliko uspeha pri reševanju!

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Σ
5	10	27	16	25	31	28	142

1. Vega

Letošnje tekmovanje je posvečeno Juriju Vega (1754 - 1802) ob 210-letnici njegove smrti.

Koliko je x , če je bil Vega leta $50x-10$ star x let?

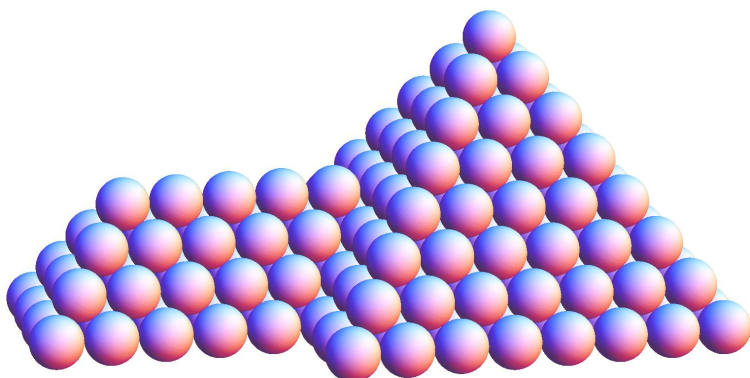
Pravilen odgovor **z razvidnim postopkom** je vreden 5 točk.

Odg: $x = \underline{\quad}$.

2. Vegove topovske krogle

Koliko je krogel v skladu?

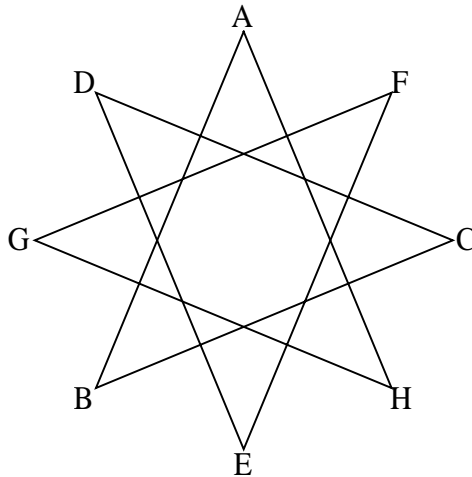
Pravilen odgovor **z razvidnim postopkom** je vreden 10 točk.



V skladu je $\underline{\quad}$ krogel.

4. Koti

Dan je pravilni osemkotnik $ADGBEHCF$ z včrtanim oktagramom. Izračunaj kote v oktagramu. Za vsak pravilen odgovor dobiš 4 točke, za nepravilnega se 1 točka odšteje.

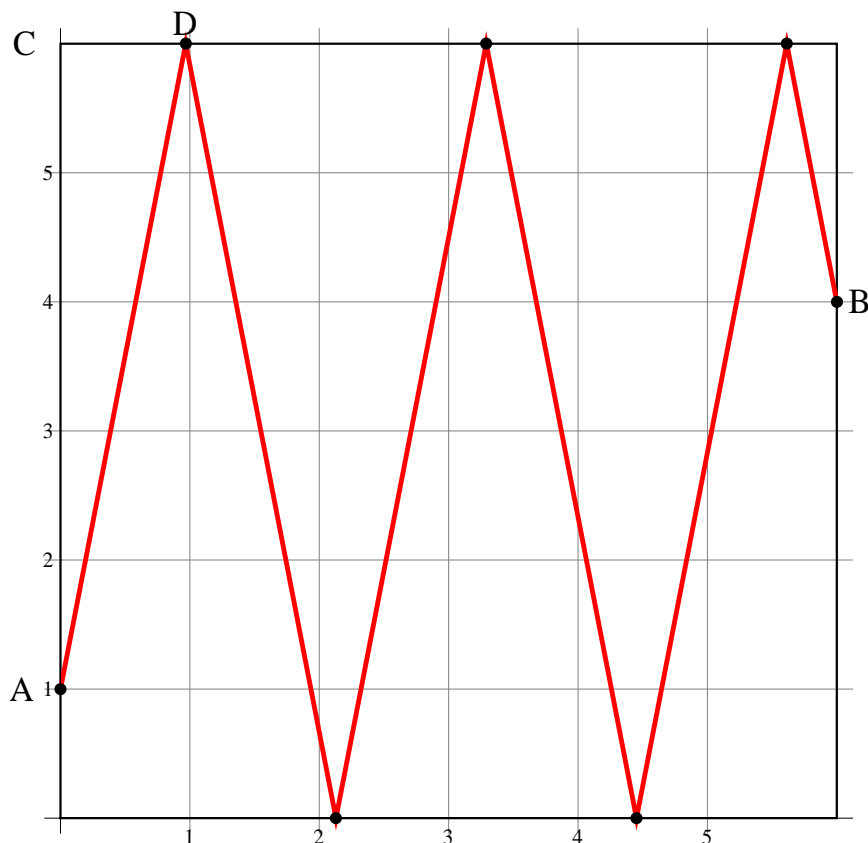


kot	$\angle CBA$	$\angle ACB$	$\angle EDA$	$\angle GDA$
velikost				

5. Žarek

Svetlobni žarek vstopi v kvadrat pri točki A, se nekajkrat odbije od vodoravnih stranic in izstopi v točki B s celoštevilsko ordinato. Izračunaj razdaljo $|CD|$.

Pravilen odgovor **z razvidnim postopkom** je vreden 25 točk.



Odgovor: $|CD| = \underline{\hspace{2cm}}$

6. Barvni sudoku

V vsak prazen kvadraterk vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 6 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih iste barve nastopalo vseh šest števil!

Za vsak pravilno izpolnjen kvadraterk dobiš 1 točko, za vsakega nepravilno izpolnjenega se 1 točka odšteje.

5					
		2			
4					
	1	3			

7. Alternativec na otoku vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi in oprode.

Ko je *alternivec* (ti izmenoma govorijo resnico in neresnico, ne vemo, s kakšno trditvijo začne) obiskal otok, je o 7 domačinih, ki jih označimo z A, B, C, D, E, F, G, izjavil naslednje

- A je vitez ali je B oproda.
- G je vitez, če in samo če je C oproda.
- C je vitez, če in samo če je D vitez.
- C je oproda, če in samo če je E vitez.
- Če je C oproda, potem je F vitez.
- G je vitez ali je C oproda.
- F je oproda in C je vitez.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

Za vsako pravilno ugotovitev dobiš 4 točke, za vsako nepravilno ugotovitev se 3 točke odšteje.

A	B	C	D	E	F	G

Naloge za 3. in 4. letnik srednjih šol ter študente

Čas reševanja nalog je 90 minut. Rešitve morajo biti berljivo napisane na tej tekmovalni poli. Pri reševanju nalog lahko uporabljaš pisalni in risalni pribor, uporaba kalkulatorja ni dovoljena. Končen odgovor napiši s kemičnim svinčnikom. Razlaga postopka reševanja posamezne naloge ni potrebna, razen če ni to pri nalogi posebej poudarjeno. Če je vsota zbranih točk pri posamezni nalogi (ali delu naloge) negativna, dobiš 0 točk. Z 0 točkami se točkujejo tudi prazna polja.

Želimo ti veliko uspeha pri reševanju!

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Σ
5	10	27	16	30	31	32	151

1. Vega

Letošnje tekmovanje je posvečeno Juriju Vega (1754 - 1802) ob 210-letnici njegove smrti.

Koliko je x , če je bil Vega leta $x^2 + 32$ star x let?

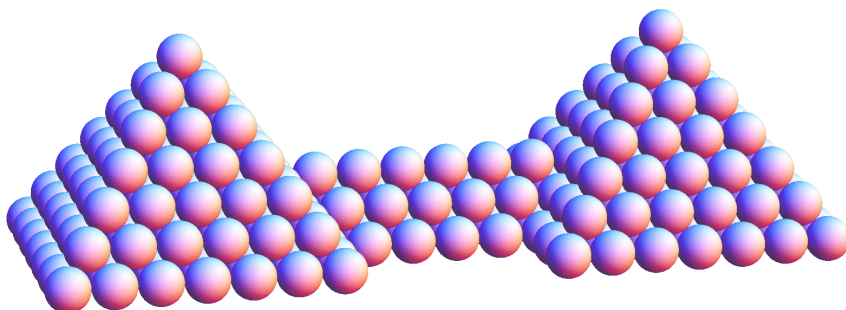
Pravilen odgovor **z razvidnim postopkom** je vreden 5 točk.

Odg: $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. Vegove topovske krogle

Koliko je krogel v skladu?

Pravilen odgovor **z razvidnim postopkom** je vreden 10 točk.

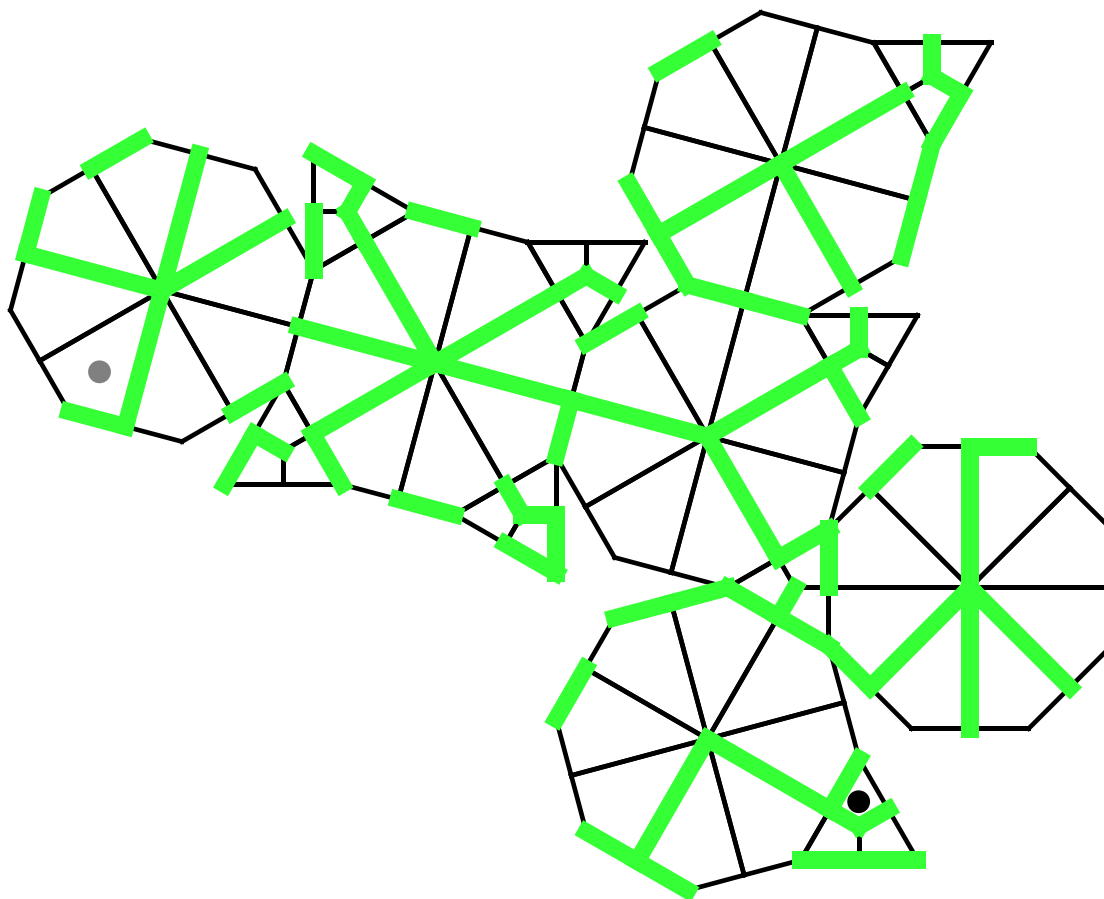


Odgovor: V skladu je $\underline{\hspace{2cm}}$ krogel.

3. Labirint na mreži

a) Poišči najkrajšo pot med pikama. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš tudi z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. V tem primeru mora biti označena povezava med sosednjima poljema zunaj mreže.

Popolnoma pravilno rešen labirint je vreden 15 točk, delno pravilen ali nepravilen pa 0 točk.



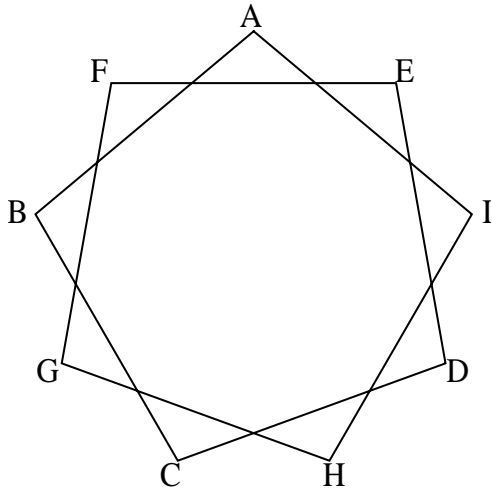
b) Določi še število mejnih ploskev, robov in oglišč poliedra.

Za vsak pravilen odgovor dobiš 4 točke, za nepravilnega pa se 1 točka odšteje.

število mejnih ploskev	število robov	število oglišč

4. Koti

Dan je pravilni devetkotnik $AFBGCHDIE$. Izračunaj kote v devetkotni zvezdi.
Za vsak pravičen odgovor dobiš 4 točke, za nepravilnega se 1 točka odšteje.



kot	$\angle CBA$	$\angle ACB$	$\angle BFA$	$\angle CAH$
velikost				

5. Večkotnik

Najmanjši notranji kot nekega n -kotnika je 120° , vsak nadaljnji pa je za 5° večji od prejšnjega. Določi število n . Poišči vse rešitve.

Pravilen odgovor **z utemeljitvijo** je vreden 30 točk.

Odgovor: _____

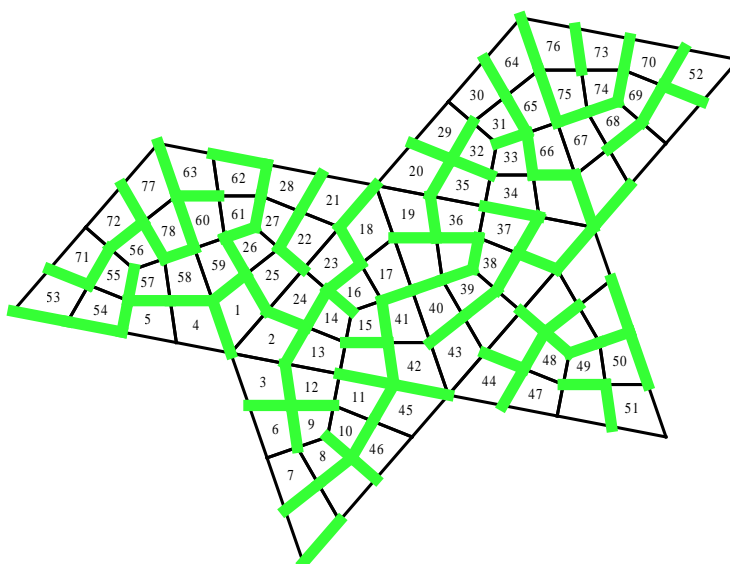
23. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE
27. 10. 2012

Rešitve nalog za 6. in 7. razred osnovne šole

1. Odgovor: 35. $51x + 4 = 1754 + x$; $50x = 1750$; $x = 35$.

2. Odgovor: 85. $5 \cdot 7 + 4 \cdot 6 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 3 = 35 + 24 + 15 + 8 + 3 = 85$.

3. a)



b)

število mejnih ploskev	število robov	število oglišč
8	12	6

4.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	D	E	B	I	A	G	H	F	J

5.

oznaka	število mejnih ploskev	število robov	število oglišč	tip rotacijske simetrije
1	20	30	12	I
2	8	18	12	T
3	14	36	24	O

6.

4	2	1	3	5
3	5	4	1	2
1	4	5	2	3
5	3	2	4	1
2	1	3	5	4

7.

A	B	C	D
vitez	oproda	oproda	vitez

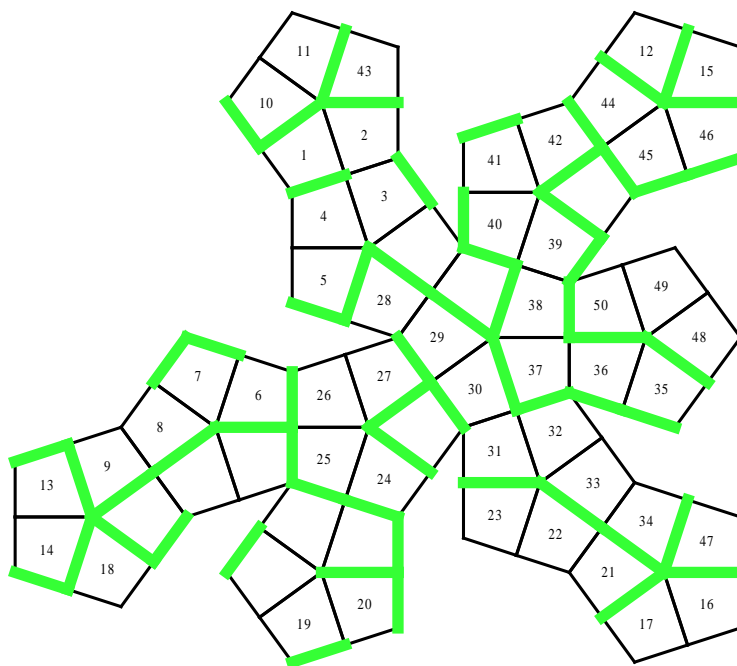
23. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE
27. 10. 2012

Rešitve nalog za 8. in 9. razred osnovne šole

1. Odgovor: 36. $49x + 26 = 1754 + x$. $48x = 1728$; $x = 36$.

2. Odgovor: 70. $5 \cdot 6 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 2 = 30 + 20 + 12 + 6 + 2 = 70$.

3. a)



b)

število mejnih ploskev	število robov	število oglišč
12	30	20

4.

kot	$\angle CBA$	$\angle ACB$	$\angle BDA$	$\angle EBC$
velikost	36°	72°	108°	36°

5.

Če podaljšamo žarek preko D , bo sekal desno stranico kvadrata za $2 + 3x3 + 2 = 13$ nad A . Torej je $|BE| = 12$. Če bi iz vsake točke na daljici AE s celoštevilsko višino spustili pravokotnico na zgornjo stranico kvadrata, bi bila le-ta podeljena na 13 enakih delov, vsak dolžine $3/13$. Točka D je druga točka na tej daljici: $|CD| = 6/13$.

6.

6	5	1	4	3	2
4	1	3	2	5	6
1	2	6	3	4	5
2	3	5	1	6	4
3	6	4	5	2	1
5	4	2	6	1	3

7.

A	B	C	D	E	F
oproda	oproda	vitez	oproda	oproda	vitez

23. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE
27. 10. 2012

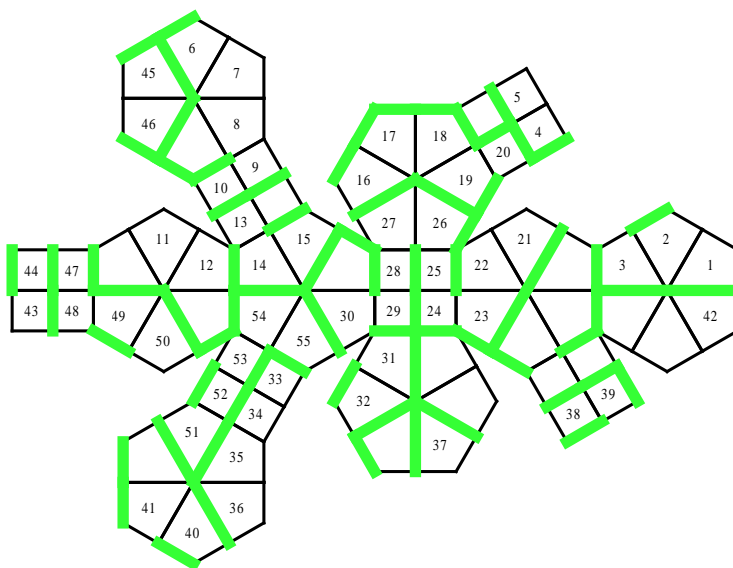
Rešitve nalog za 1. in 2. letnik srednjih šol

1. Odgovor: 36. $50x - 10 = 1754 + x$; $49x = 1764$; $x = 36$.

2. Odgovor: 254; $5 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 5 \cdot 1 = 50$; $8 \cdot 8 + 7 \cdot 7 + 6 \cdot 6 + 5 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 204$.

Skupaj: 254.

3. a)



b)

število mejnih ploskev	število robov	število oglišč
14	36	24

4.

kot	$\angle CBA$	$\angle ACB$	$\angle EDA$	$\angle GDA$
velikost	45°	$67,5^\circ$	90°	135°

5.

Če bi žarek nadaljeval pot premo preko D, bi sekal podaljšano desno stranico kvadrata na višini $5 + 4x6 + 2 = 31$ nad A. Naklon žarka je torej $31/6$. premica $y = 31/6x + 1$ seka premico $y = 6$ v $x = 30/31$.

$|CD|=30/31$

6.

6	5	4	2	1	3
5	3	6	4	2	1
1	4	2	3	6	5
4	6	1	5	3	2
2	1	3	6	5	4
3	2	5	1	4	6

7.

A	B	C	D	E	F	G
oproda	vitez	oproda	vitez	vitez	oproda	vitez

23. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE
27. 10. 2012

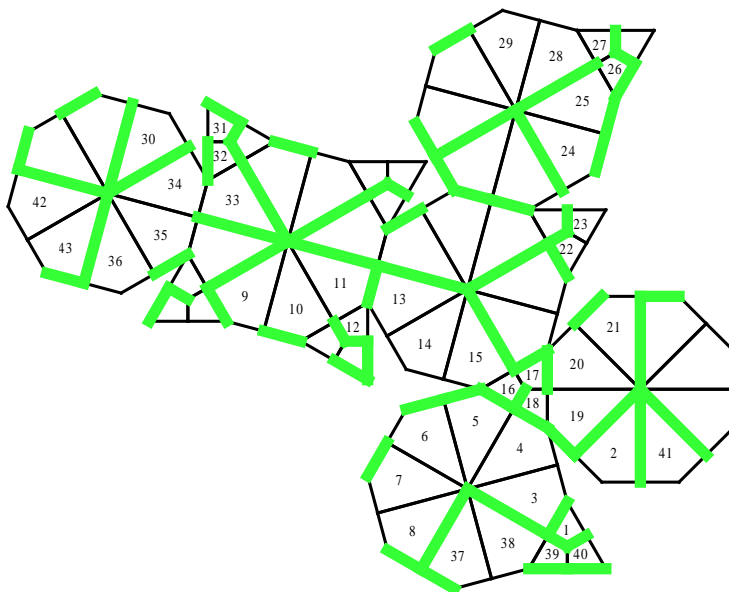
Rešitve nalog za 3. in 4. letnik srednjih šol

1. Odgovor: 42 let. $x^2 + 32 = 1754 + x$; $x^2 - x - 1722$. Uganjujemo približno vrednost $\sqrt{1722}$, gotovo je več kot 40. Poskušamo 41 (premalo), 42 (pravilno).

2. Odgovor: 308 krogel.

Ena piramida: $7 \cdot 7 + 6 \cdot 6 + 5 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 1 = 140$. Vmesni klin: $6 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 = 28$. Skupaj 308.

3. a)



b)

število mejnih ploskev	število robov	število oglišč
14	36	24

4.

kot	$\angle CBA$	$\angle ACB$	$\angle BFA$	$\angle CAH$
velikost	100°	40°	140°	20°

5.

Rešitev.

Vsota notranjih kotov n -kotnika, če okrajšamo enoto, je $(n - 2)180 = n \cdot 120 + 5(1 + 2 + \dots + n - 1)$.

Sledi $180n - 360 = 120n + 5(n - 1)n/2$. Po urejanju dobimo enačbo $n^2 - 25n + 144 = 0$. $144 = 12 \cdot 12$, $25 = 16 + 9$, $9 \cdot 16 = 144$. Rešitvi sta 9-kotnik in 16-kotnik.

6.

3	4	5	6	1	2
6	2	3	5	4	1
5	1	6	3	2	4
2	5	1	4	3	6
4	6	2	1	5	3
1	3	4	2	6	5

7.

A	B	C	D	E	F	G	H
vitez	vitez	oproda	vitez	vitez	oproda	oproda	oproda