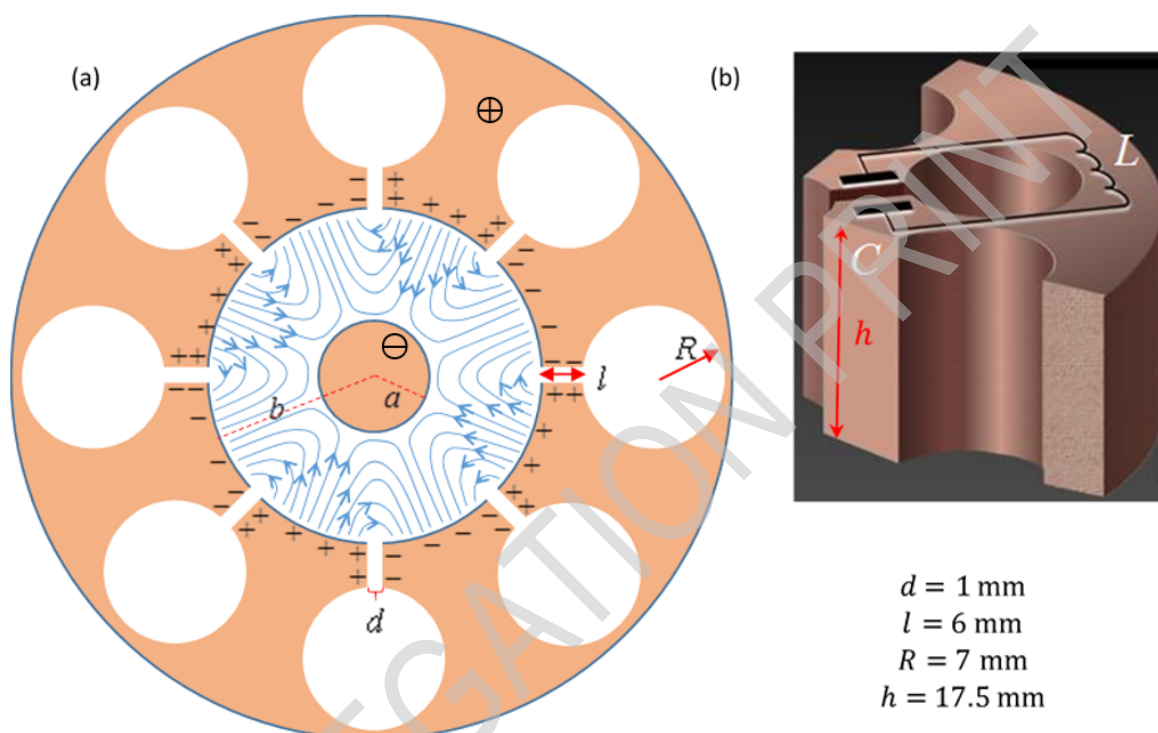


## Fizika mikrovalovne pečice

V nalogi obravnavamo generiranje mikrovalov v mikrovalovni pečici in uporabo mikrovalov za segrevanje hrane. Mikrovalove generira naprava z imenom "magnetron". Del A se nanaša na delovanje magnetrona, medtem ko se del B nanaša na absorpcijo mikrovalov v hrani.



Slika 1

### Del A: Zgradba in delovanje magnetrona (6.6 točke)

Magnetron je naprava za generiranje mikrovalov. Mikrovalove lahko generira bodisi sunkovno (denimo v radarjih) bodisi neprestano (denimo v mikrovalovni pečici). Magnetron je zgrajen tako, da v njem obstaja način nihanja, ki ojačuje samega sebe. Ko je magnetron priključen na konstantno enosmerno napetost, se kmalu vzbudi ta način nihanja. Magnetron ob tem nihanju oddaja mikrovalove.

Tipični magnetron v mikrovalovni pečici je sestavljen iz homogene valjaste katode (s polmerom  $a$ ) iz bakra, ki jo obkroža posebno oblikovana anoda. Anoda je valjasta cev z debelo steno (z notranjim polmerom  $b$ ), v steno so vzdolž simetrijske osi izvrtane valjaste luknje. Te luknje imenujemo "resonatorji". En od resonatorjev je povezan z anteno, ki oddaja mikrovalove iz magnetrona. V obravnavi delovanja magnetrona antene in povezave z anteno ne upoštevamo. Prostor znotraj magnetrona je prazen - v njem je vakuum. V nadaljevanju obravnavamo tipični magnetron z osmimi resonatorji, kot kaže slika 1.a. Kot kaže slika 1.b se vsak od osmih resonatorjev obnaša kot električni nihajni krog s tuljavo in kondenzatorjem (LC krog). Lastna frekvenca tega resonatorja je  $f = 2.45 \text{ GHz}$ .

Homogeno magnetno polje kaže vzdolž simetrijske osi magnetrona in je na sliki 1.a usmerjeno iz lista. Magnetron je poleg tega priključen na vir konstantne napetosti, tako da je katoda priključena na pozitivni in anoda na negativni priključek vira. Izkaže se, da elektroni, ki jih izseva katoda in ki dosežejo anodo in jo nabijejo, v magnetronu vzbudijo način nihanja, pri katerem se predznak naboja na notranji steni anode



med zaporednimi resonatorji izmenjuje, kot kaže slika 1.a. Nihanje v resonatorjih ojačuje ta način nihanja v magnetronu.

Posledica je dodatno izmenično električno polje v prostoru med katodo in anodo s prej omenjeno frekvenco  $f = 2.45$  GHz (modre silnice na sliki 1.a; statično polje ni narisano), ki ga prištejemo statičnemu električnemu polju, ki je posledica konstantne napetosti med anodo in katodo zaradi priključenega vira. Ob stacionarnem delovanju je tipična velikost amplitude dodatnega izmeničnega električnega polja med anodo in katodo približno  $\frac{1}{3}$  velikosti statičnega električnega polja. Na gibanje elektrona v prostoru med katodo in anodo seveda vplivata tako statični kot izmenični del električnega polja. Posledica tega je, da elektroni, ki dosežejo anodo, oddajo 80% energije, ki so jo prejeli od statičnega polja, izmeničnemu polju. Majhen del elektronov se vrne do katode in izbije dodatne elektrone, kar omogoča nadaljnjo ojačitev izmeničnega polja.

Vsak resonator obravnavamo kot kondenzator in kot tuljavo (slika 1.b). Kapaciteta resonatorja je predvsem posledica ravnih vzporednih sten reže resonatorja, medtem ko je induktivnost resonatorja predvsem posledica valjastega dela resonatorja. Predpostavi, da tok v resonatorju teče enakomerno tik ob površini valjaste luknje in da je gostota magnetnega polja, ki je posledica tega toka, enaka 0.6 kratniku gostote magnetnega polja v analogni idealni dolgi tuljavi. Dimenzije, ki določajo geometrijo posameznega resonatorja, so podane pod sliko 1.b. Influenčna konstanta je  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$ , indukcijska konstanta je  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ .

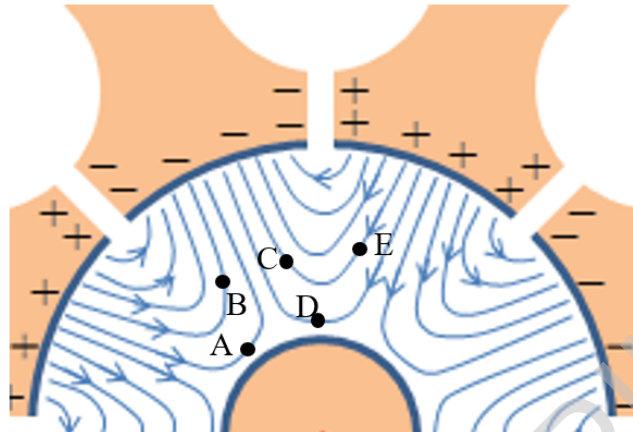
- A.1** Iz podatkov zgoraj oceni frekvenco  $f_{\text{est}}$  enega samega resonatorja. (Tvoj rezultat se lahko razlikuje od dejanske vrednosti,  $f = 2.45$  GHz. V nadaljevanju naloge uporabi dejansko vrednost frekvence.) 0.4pt

Del A.2 spodaj ni direktno povezan z magnetronom, a pomaga vpeljati fiziko, povezano z delovanjem magnetrona. Obravnavamo elektron, ki se giblje v praznem prostoru, kjer je konstantno homogeno električno polje usmerjeno vzdolž negativne  $y$  osi,  $\vec{E} = -E_0 \hat{y}$ , in konstantno homogeno magnetno polje usmerjeno vzdolž pozitivne  $z$  osi,  $\vec{B} = B_0 \hat{z}$ . Vrednosti  $E_0$  in  $B_0$  sta pozitivni,  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  označujemo enotske vektorje usmerjene vzdolž ustreznih koordinatnih osi. Z  $\vec{u}(t)$  označimo hitrost elektrona ob času  $t$ . Tako imenovano hitrost odnašanja ("drift velocity") elektrona  $\vec{u}_D$  definiramo kot povprečno hitrost elektrona. Z  $m$  in  $-e$  označimo maso in naboj elektrona.

- A.2** Za vsakega od naslednjih dveh primerov določi  $\vec{u}_D$ . Dodatno nariši na liste za odgovore tir elektrona za časovni interval  $0 < t < \frac{4\pi m}{eB_0}$ . Primera sta: 1.5pt
- ob času  $t = 0$  je hitrost elektrona  $\vec{u}(0) = (3E_0/B_0)\hat{x}$ ,
  - ob času  $t = 0$  je hitrost elektrona  $\vec{u}(0) = -(3E_0/B_0)\hat{x}$ .

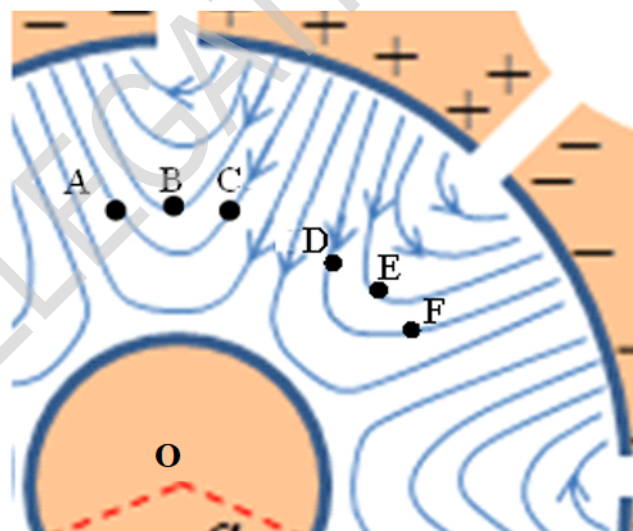
Od tu naprej se vračamo na obravnavo magnetrona. Razdalja med katodo in anodo je 15 mm. Predpostavi, da zaradi prej omenjenega prenosa energije v izmenično električno polje največja kinetična energija posameznega elektrona ne presega  $K_{\text{max}} = 800$  eV. Gostota magnetnega polja je  $B_0 = 0.3$  T. Masa in naboj elektrona sta  $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$  kg in  $-e = -1.6 \cdot 10^{-19}$  As.

- A.3** Numerično oceni največji polmer kroženja elektrona  $r$  v sistemu, v katerem je to gibanje približno krožno, pri čemer privzemi, da je ta sistem inercialen. 0.4pt



Slika 2

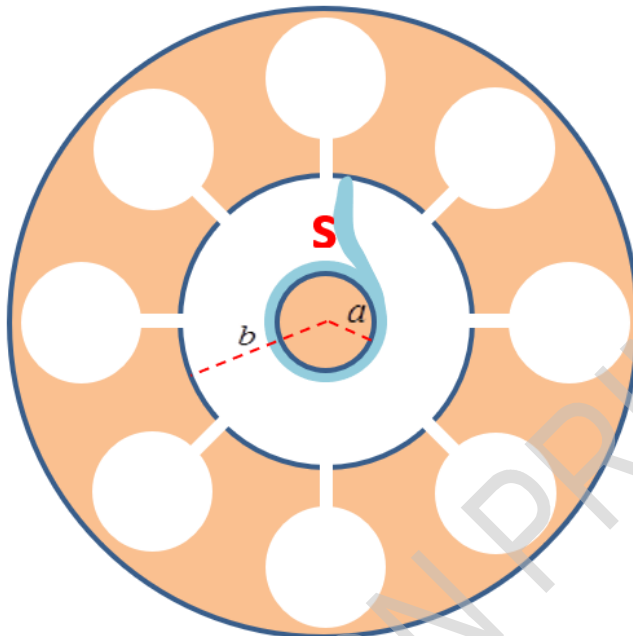
- A.4** Na sliki 2 je trenutna slika silnic dodatnega izmeničnega električnega polja med anodo in katodo (statično polje ni narisano). Na listih za odgovore označi, katerega od petih elektronov, katerih lega v tem trenutku je označena z A, B, C, D in E, "odnaša" proti anodi, katerega proti katodi in katerega v smeri, pravokotni na radij vektor do trenutne lege elektrona (merjeno od središča katode). 1.2pt



Slika 3

Na sliki 3 je trenutna slika silnic dodatnega izmeničnega električnega polja med anodo in katodo (statično polje ni narisano). Lega šestih elektronov v tem trenutku je označena z A, B, C, D, E in F. Vsi označeni elektroni so enako oddaljeni od katode.

- A.5** Obravnavamo situacijo na sliki 3. Za vsakega od šestih parov elektronov AB, AC, BC, DE, DF in EF na listih za odgovore označi, ali "odnašanje" vsakega od njih v naslednjem trenutku povzroči zmanjšanje ali povečanje kota med radij vektorjema vsakega para (merjeno od sredine katode O). 1.2pt



Slika 4

Vzorec gibanja, ki si ga odkril pri vprašanju A.5, deluje kot fokusirni mehanizem, ki zbira elektrone v prostoru med katodo in anodo v ožajoče se "krake". Slika 4 kaže en tak krak, označen z S.

- A.6** Na listih za odgovore nariši ostale krake v tem trenutku. S puščicami označi smer vrtenja krakov in izračunaj njihovo povprečno kotno hitrost  $\omega_s$ . 0.8pt

Privzemi, da je celotno električno polje na polovici poti od katode do anode enako povprečni vrednosti statičnega električnega polja med katodo in anodo v radialni smeri in da so kraki v tem predelu približno radialni. Polmera katode in anode (po vrsti  $a$  in  $b$ ) sta definirana na sliki 4.

- A.7** Določi približni izraz za velikost statične električne napetosti  $V_0$ , ki je potrebna, da magnetron deluje na opisani način. (Izraz, ki ga dobiš, da najmanjšo vrednost, da magnetron deluje. Optimalna napetost je nekoliko večja.) 1.1pt

### Del B: Interakcija mikrovalov z vodnimi molekulami (3.4 točke)

V tem delu naloge se ukvarjamo z uporabo mikrovalov (ki jih antena magnetrona oddaja v prostor za hrano) za kuhanje, torej za segrevanje dielektričnih materialov, ki absorbirajo mikrovalove, na primer sladka ali slana voda (slednja bo model za, recimo, juho).

Električni dipol je sestavljen iz dveh enako velikih nasprotno predznačenih nabojev  $q$  in  $-q$ , ki sta razmaknjena za majhno razdaljo  $d$ . Vektor električnega dipolnega momenta kaže od negativnega proti pozitivnemu naboju, velikost dipolnega momenta je  $p = qd$ .

Osamljeni dipol z dipolnim momentom  $\vec{p}(t)$  in s konstantno velikostjo  $p_0 = |\vec{p}(t)|$  se nahaja v časovno spremenljivem električnem polju  $\vec{E}(t) = E(t)\hat{x}$ . Kot med dipolom in električnim poljem je  $\theta(t)$ .

- B.1** Izrazi s  $p_0$  in  $E(t)$ ,  $\theta(t)$  ter njunima časovnima odvodoma dvoje: velikost navora električnega polja na dipol  $\tau(t)$  in moč  $H_i(t)$ , ki jo od električnega polja prejema dipol. 0.5pt

Vodne molekule so polarne, zato jih lahko obravnavamo kot električne dipole. Zaradi močnih medmolekulskih (vodikovih) vezi molekul v tekoči vodi ne moremo obravnavati kot množico neodvisnih dipolov. Ustrezneje je govoriti o vektorju polarizacije  $\vec{P}(t)$ , ki ga definiramo kot gostoto dipolnih momentov (povprečni dipolni moment množice vodnih molekul na enoto prostornine). Polarizacija  $\vec{P}(t)$  je vzporedna lokalnemu izmeničnemu električnemu polju (polje je posledica mikrovalov)  $\vec{E}(t)$  in niha z amplitudo, ki je sorazmerna amplitudi lokalnega nihajočega električnega polja, vendar je med obema nihanjema fazna razlika  $\delta$ .

Lokalno električno polje na izbranem mestu v vodi niha kot  $\vec{E}(t) = E_0 \sin(\omega t) \hat{x}$ , kjer je  $\omega = 2\pi f$  krožna frekvenca nihanja. Odziv vode je polarizacija, ki niha kot  $\vec{P}(t) = \beta \epsilon_0 E_0 \sin(\omega t - \delta) \hat{x}$ , kjer lastnosti vode opišemo z brezdimenzijsko konstanto  $\beta$ .

- B.2** Izpelji izraz za časovno povprečje absorbirane moči na enoto prostornine  $\langle H(t) \rangle$  za vodo. Časovno povprečje periodične funkcije  $f(t)$  v času ene ponovitve  $T$  je definirano kot 0.5pt

$$\langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt. \quad (1)$$

Obravnavamo razširjanje mikrovalov skozi vodo. Dielektrična konstanta vode (pri frekvenci mikrovalov) je  $\epsilon_r$ , in ustrezni lomni količnik vode  $n = \sqrt{\epsilon_r}$ . Trenutna gostota energije električnega polja je enaka  $\frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 E^2$ . Časovni povprečji gostote energije električnega in magnetnega polja sta enaki.

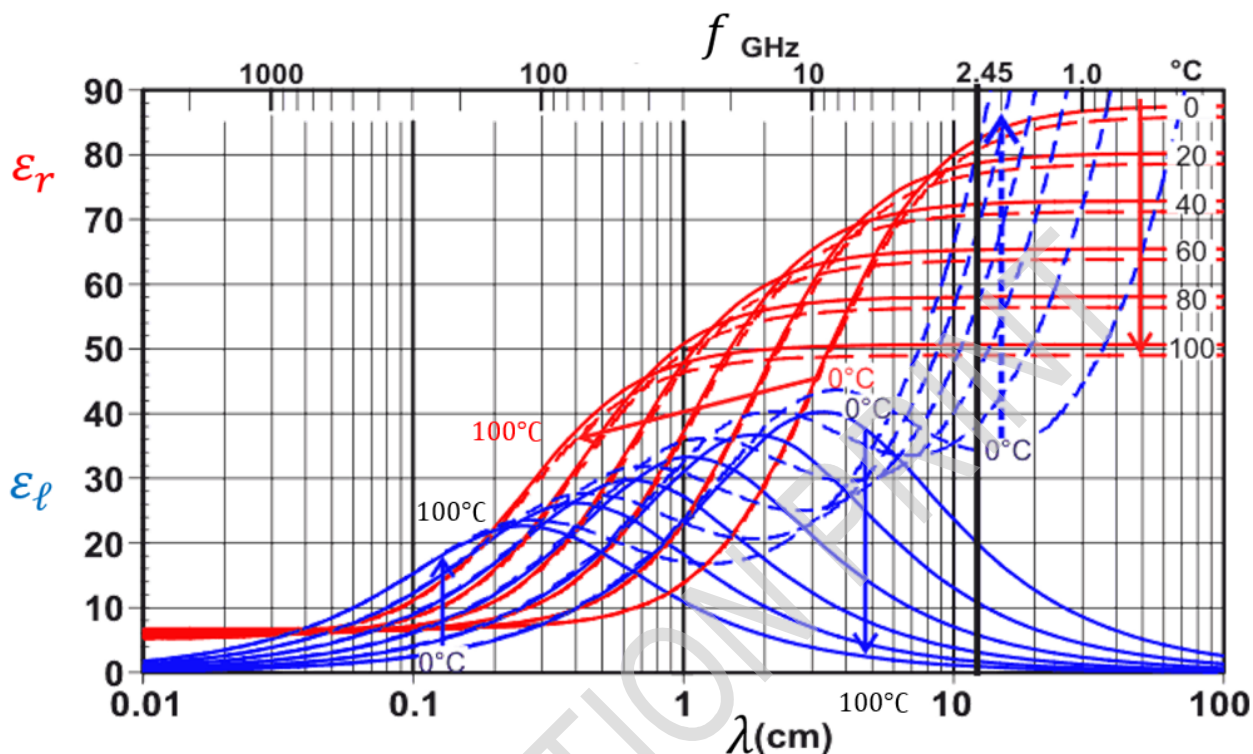
- B.3** Označimo časovno povprečje gostote energijskega toka z  $I(z)$  (to je povprečen energijski tok na enoto površine). Tu  $z$  pomeni prepotovano razdaljo mikrovalov v vodi, če se mikrovalovi širijo v smeri  $z$ . Izpelji odvisnost gostote energijskega toka  $I(z)$ . V tvojem rezultatu se lahko pojavi gostota energijskega toka  $I(0)$  na površini vode. 1.1pt

Fazna razlika  $\delta$  je posledica interakcije med molekulami vode. Odvisna je od brezdimenzijskega koeficienta dušenja  $\epsilon_\ell$  in dielektričnosti  $\epsilon_r$  (oba koeficienta sta odvisna od krožne frekvence mikrovalov  $\omega$  in temperature) in se izraža kot  $\tan \delta = \epsilon_\ell / \epsilon_r$ . Ko je  $\delta$  dovolj majhen, je električno polje po prepotovani razdalji  $z$  v vodi podano kot

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 e^{-\frac{1}{2} n k_0 z \tan \delta} \sin(n k_0 z - \omega t) \quad (2)$$

kjer je  $k_0 = \omega/c$  in  $c = 3.0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$  hitrost svetlobe v vakuumu.

- B.4** Uporabi približek  $\tan \delta \approx \sin \delta$  in izrazi koeficient  $\beta$ , definiran v delu B.2, z ostalimi parametri. 0.6pt



Slika 5. Puščice kažejo spremembe med krivuljami, ko se temperatura spreminja od  $0^{\circ}\text{C}$  do  $100^{\circ}\text{C}$ .

Slika 5 kaže odvisnost  $\epsilon_l$  (modra) in  $\epsilon_r$  (rdeča) od frekvence  $f$  oziroma valovne dolžine  $\lambda$  tako za čisto vodo (polne črte) kot za slano vodo (črtkane črte) pri več različnih temperaturah. Frekvenca  $f = 2.45 \cdot 10^9 \text{ Hz}$  je označena s krepko navpično črto. V nadaljevanju upoštevaj le mikrovalove pri tej frekvenci.

**B.5** Uporabi sliko 5, da odgovoriš na vprašanja spodaj.

0.7pt

1. Poišči vdorno globino  $z_{1/2}$ , pri kateri pade absorbirana moč na enoto prostornine na polovico vrednosti pri  $z = 0$ , za vodo pri  $20^{\circ}\text{C}$ .
2. Na listih za odgovore označi, ali se vdorna globina mikrovalov v vodi večja, manjša ali ne spreminja s temperaturo.
3. Na listih za odgovore označi, ali se vdorna globina mikrovalov v juhi (to je slana voda) večja, manjša ali ne spreminja s temperaturo.